

## **JERK: EFFETTI DELLE AZIONI SISMICHE IMPULSIVE E CRISI LOCALI NELLE STRUTTURE IN MURATURA**

\* Studio Ricerche Applicate - Perugia, [www.massimomarianistudio.com](http://www.massimomarianistudio.com), [ricercheapplicate@libero.it](mailto:ricercheapplicate@libero.it)

\*\* Ricerca e Sviluppo di AEDES Software, [www.aedes.it](http://www.aedes.it), [francesco.pugi@aedes.it](mailto:francesco.pugi@aedes.it)

### **ABSTRACT**

Sul moto sismico e la conseguente risposta strutturale, recenti studi ([1]-[9]) hanno posto in evidenza alcuni aspetti finora ignorati o scarsamente considerati: le caratteristiche caotiche, la rilevanza della componente verticale ed i suoi effetti negativi sulle strutture, la natura fisica spaziale del moto. L'accelerazione è stata identificata come grandezza vettoriale: la traiettoria tracciata ad ogni istante dal vettore costituisce l'estensione al campo tridimensionale degli accelerogrammi piani.

Lo studio dell'accelerogramma spaziale consente nuovi sviluppi riguardanti le variazioni dell'accelerazione e la natura impulsiva del fenomeno sismico. Il jerk, derivata prima dell'accelerazione sismica e terza dello spostamento, è la componente fondamentale delle azioni impulsive corrispondenti al contenuto in alta frequenza del moto sismico. Il susseguirsi continuo delle variazioni di accelerazione per intensità e per direzione nel corso dell'evento sismico, determina impulsi (martellamento, scrollamento, scuotimento, ecc.) che, nelle strutture in muratura, generano crisi locali delle connessioni, fenomeni disgregativi e accumulo del danno con riduzione progressiva della duttilità. Il monitoraggio del jerk sismico triassiale negli edifici in muratura potrebbe fornire informazioni sui danni causati dall'evento più significative rispetto al monitoraggio dello spostamento orizzontale di interpiano.

Si delinea finalmente un percorso progettuale che, partendo dallo studio del contenuto impulsivo del moto sismico e delle conseguenze sulle strutture, conduce verso la proposta di soluzioni per il consolidamento strutturale finalizzate al rinforzo tridimensionale dei collegamenti e al miglioramento della resistenza delle murature.

### **1 MOTO SISMICO: ACCELERAZIONE**

Nella classica rappresentazione della registrazione di un dato evento sismico, le tre componenti sono mantenute separate e gli accelerogrammi descrivono l'accelerazione in funzione del tempo.

Componendo le tre direzioni, si ottiene un grafico spaziale dove la curva viene progressivamente tracciata, nel corso dell'evento, dal vettore accelerazione, applicato nell'origine del sistema di riferimento. Ogni punto della curva è definito dalle tre componenti del vettore. La variabile 'tempo' compare in modo indiretto, poiché determina il tracciamento della curva istante dopo istante.

Il grafico spaziale rappresenta il moto sismico in modo unitario, evidenziando la contemporaneità dei singoli accelerogrammi e consentendo il confronto diretto fra le tre componenti.

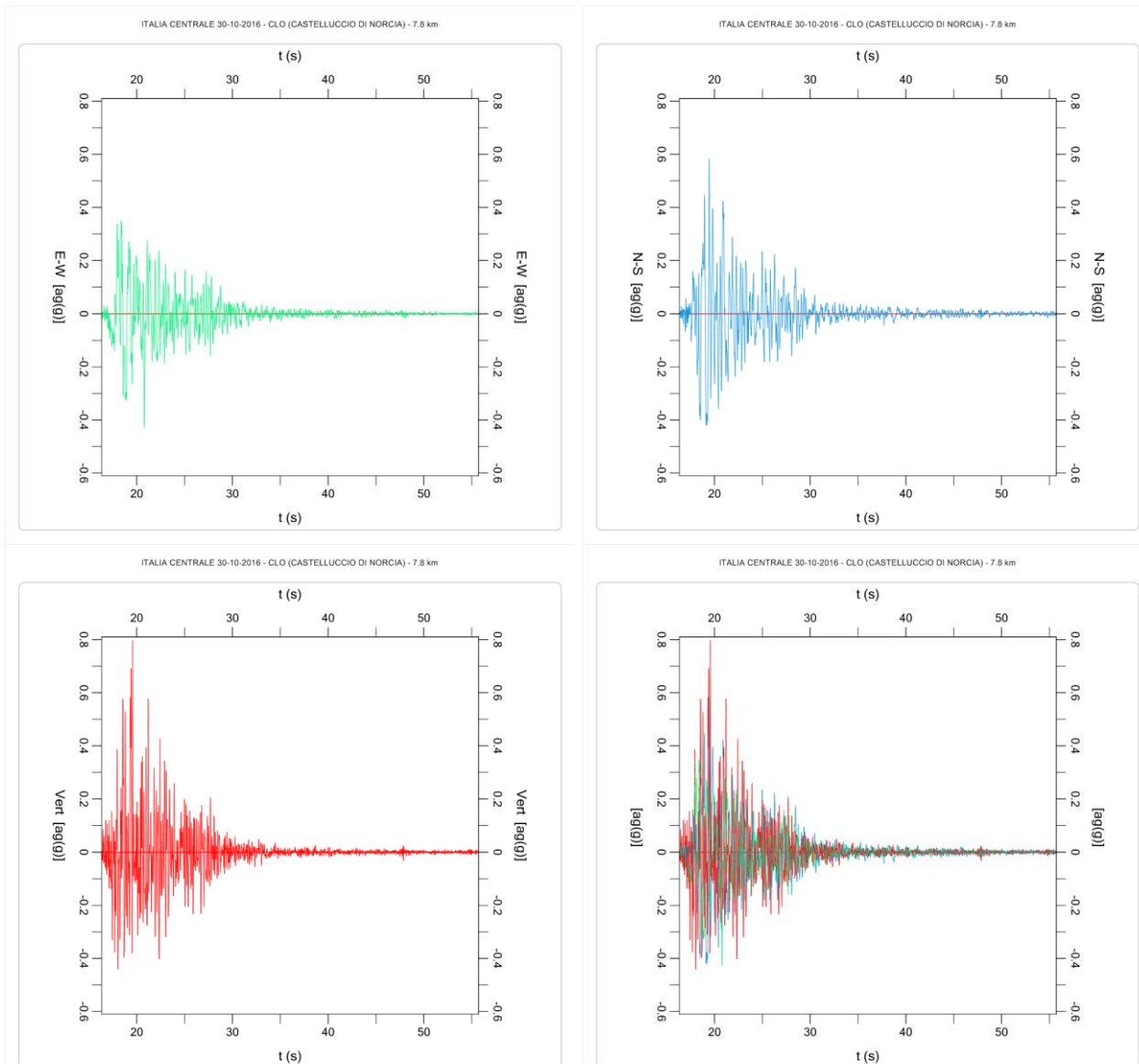
Per l'elaborazione grafica è stato utilizzato un apposito software, *Seismic3D* [10], che, a partire da registrazioni di eventi sismici, esegue elaborazioni degli accelerogrammi finalizzate allo studio del moto del terreno.

La curva 3D ha la forma di un groviglio tanto più compatto e sferico quanto più simili tra loro sono le intensità delle 3 componenti di accelerazione. Pertanto, tratti di curva che si discostano sensibilmente dal groviglio indicano, nell'intervallo di tempo corrispondente, la prevalenza di una o di due componenti sulle altre. Nel seguito, il termine "groviglio" rappresenterà l'accelerogramma formato da 2 o 3 componenti.

L'evoluzione dell'accelerogramma dal piano ( $t, a_g$ ) per le 3 componenti separate, allo spazio ( $a_gEW, a_gNS,$

$a_g$ Vert) per l'accelerazione vettoriale, viene illustrata con riferimento alla registrazione della stazione CLO (Castelluccio di Norcia) per l'evento Italia Centrale del 30.10.2016 (figg. 1, 2).

Gli accelerogrammi in fig. 1 si riferiscono all'intervallo di tempo caratterizzato da valori di accelerazione non inferiori a 0.010 g per almeno una componente.



*Fig. 1. Vista tradizionale dell'accelerogramma come time-history: ogni componente di accelerazione è rappresentata in funzione del tempo. Dall'alto verso il basso, e da sinistra verso destra, le componenti: EW, NS, verticale e le tre sovrapposte*

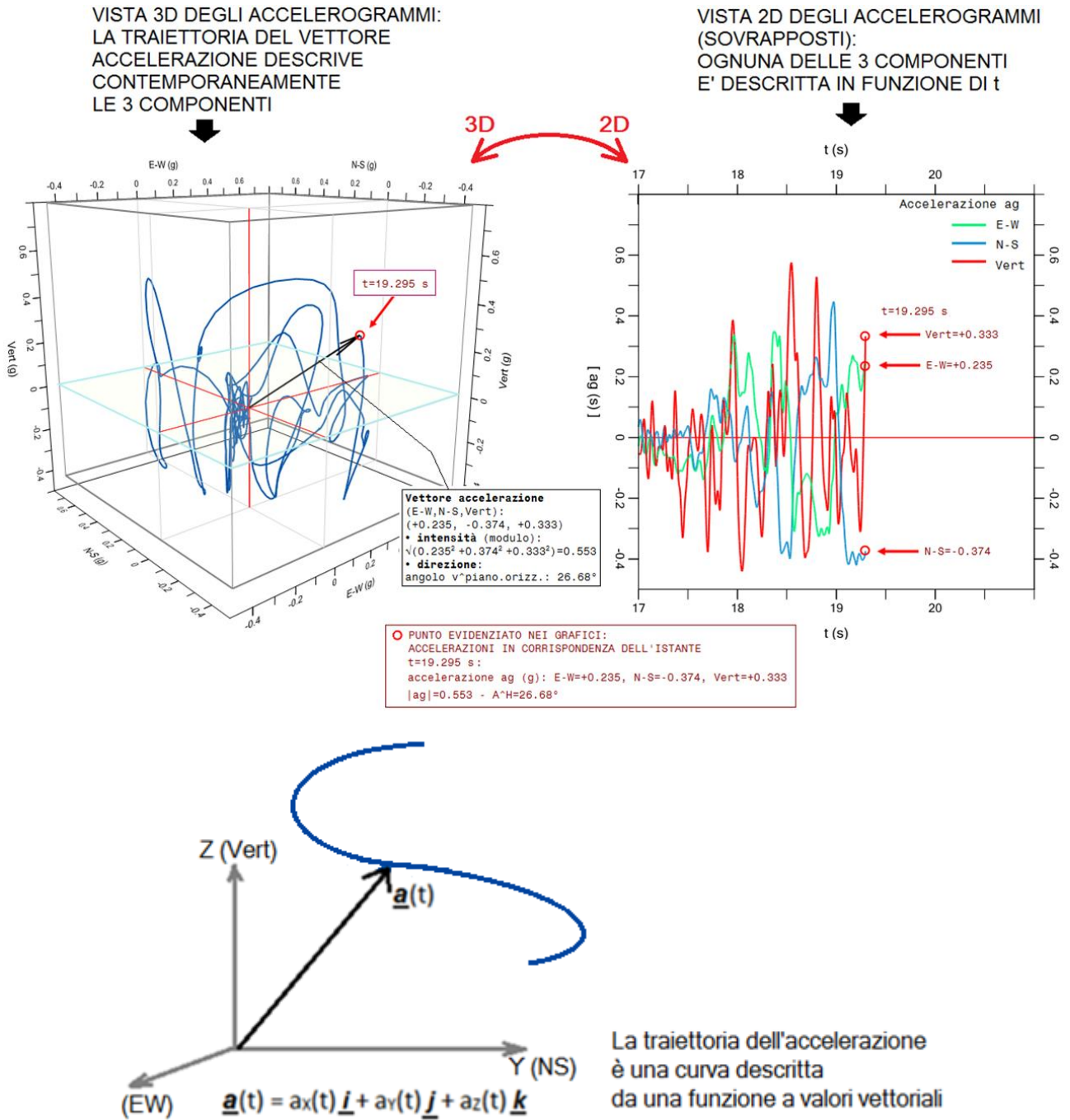
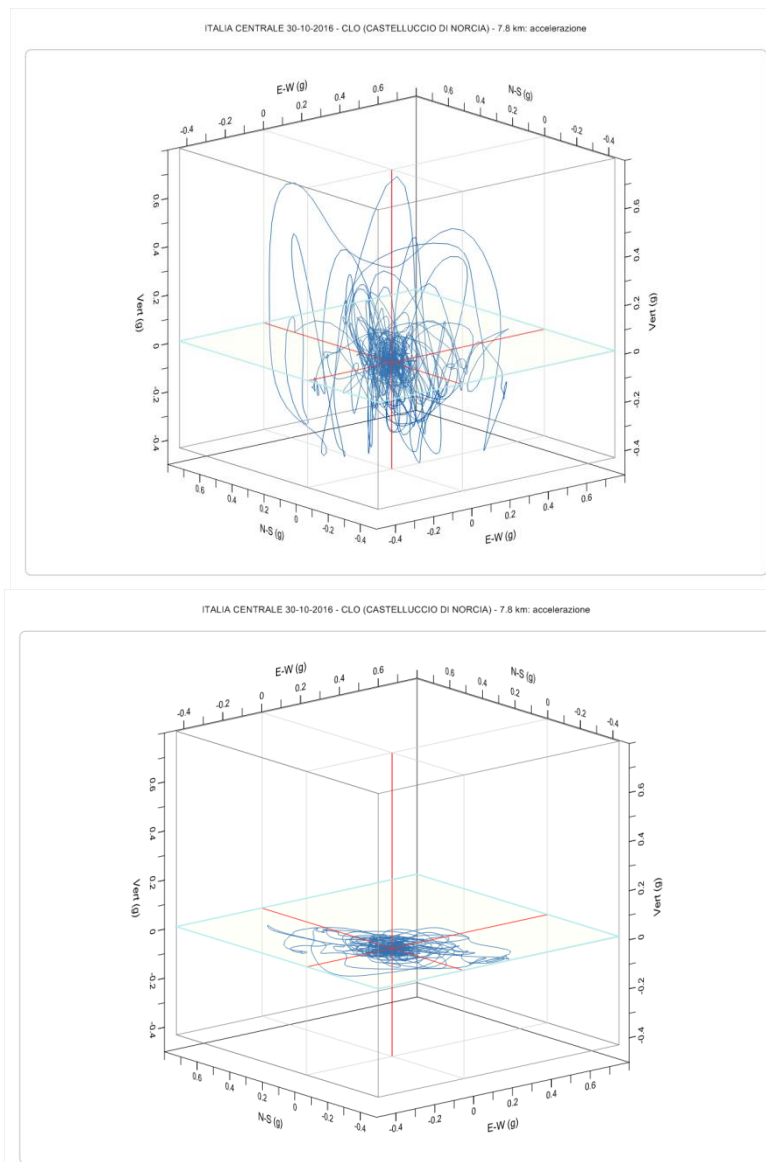


Fig. 2. Evoluzione dell'accelerogramma dalla rappresentazione piana alla tridimensionale

Ad ogni istante, il vettore accelerazione è caratterizzato da intensità e direzione. L'intensità è il modulo dell'accelerazione, calcolato come radice quadrata della somma dei quadrati delle 3 componenti. Ignorando una componente, il groviglio si riduce ad una sua proiezione piana. Ad esempio, trascurando la componente verticale, si ottiene un grafico nel piano orizzontale ( $a_gEW$ ,  $a_gNS$ ). Il confronto fra la curva 3D e la sua proiezione sul piano orizzontale evidenzia il contributo della componente verticale all'accelerazione complessiva (fig. 3).



*Fig. 3. Curva dell'accelerogramma.*

*In alto: considerando tutte le 3 componenti si ottiene una curva 3D;*

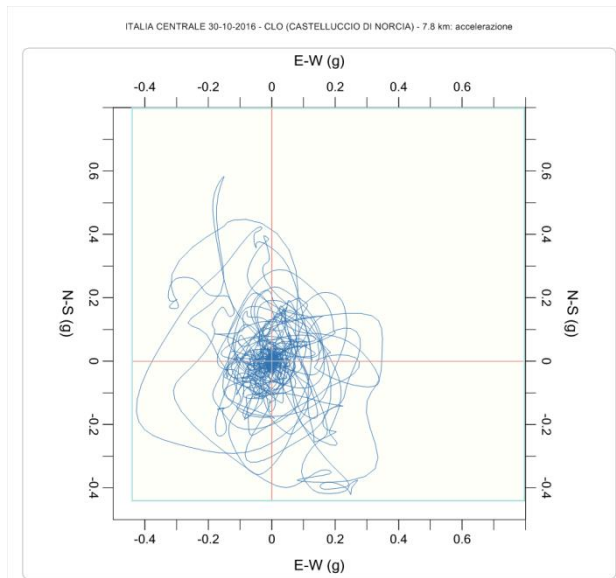
*in basso: senza la componente verticale, il grafico si riduce alla sua proiezione sul piano orizzontale*

In fig. 4 sono riportate le proiezioni 2D del grafico sui piani orizzontale ( $a_{gEW}, a_{gNS}$ ), verticale ( $a_{gEW}, a_{gVert}$ ) e verticale ( $a_{gNS}, a_{gVert}$ ): per questa registrazione, gli andamenti delle tre proiezioni sono caratterizzati da valori di accelerazione simili per tutte e tre le componenti.

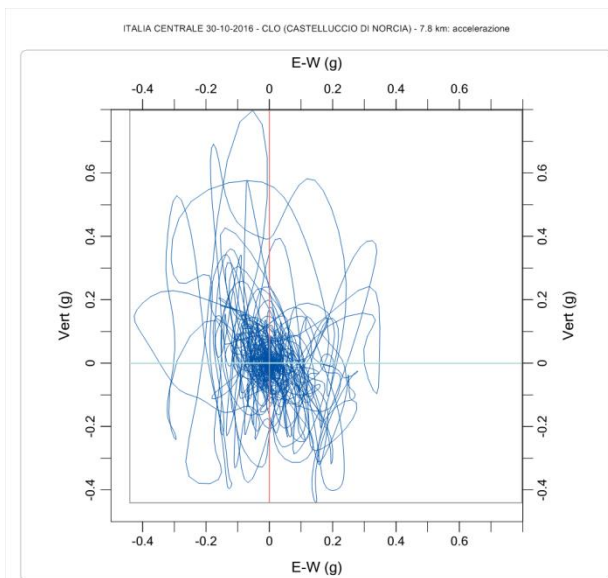
I grafici mostrano il carattere caotico delle traiettorie del vettore accelerazione, evidenziato dalle sue continue variazioni di intensità e di direzione.

L'accelerogramma piano come time-history descrive generalmente un evento relativo ad una sola direzione; nel caso di componenti sovrapposte, si rende possibile il confronto ad ogni istante dei singoli contributi. Con tale rappresentazione non si può tuttavia visualizzare in modo esplicito l'andamento fisico reale del moto sismico. Le registrazioni delle tre componenti in funzione del tempo celano una realtà più complessa, finalmente svelata dal grafico della loro composizione.

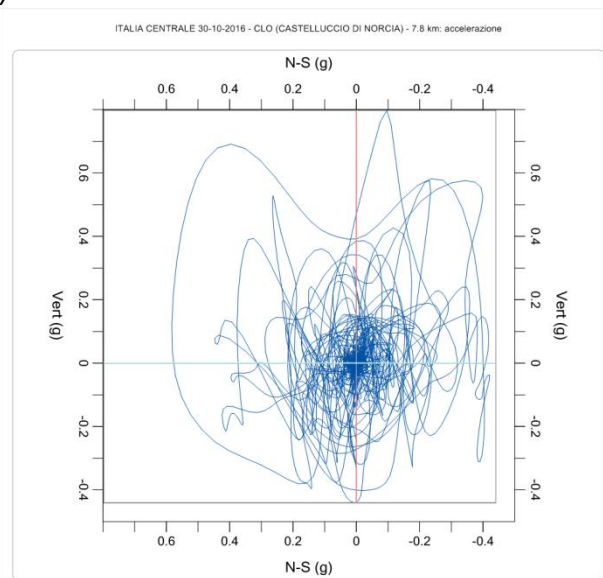
Un'interessante rielaborazione del grafico 3D dell'intera registrazione si ottiene facendo permanere, durante la composizione della curva, la traccia del vettore accelerazione colorato in scala secondo l'intensità, corrispondente al modulo del vettore (fig. 5).



(c)



(d)



(e)

Fig. 4. Curva dell'accelerogramma. Proiezioni sui piani:  
(c) orizzontale ( $a_gEW, a_gNS$ ), (d) verticale ( $a_gEW, a_gVert$ ), (e) verticale ( $a_gNS, a_gVert$ )

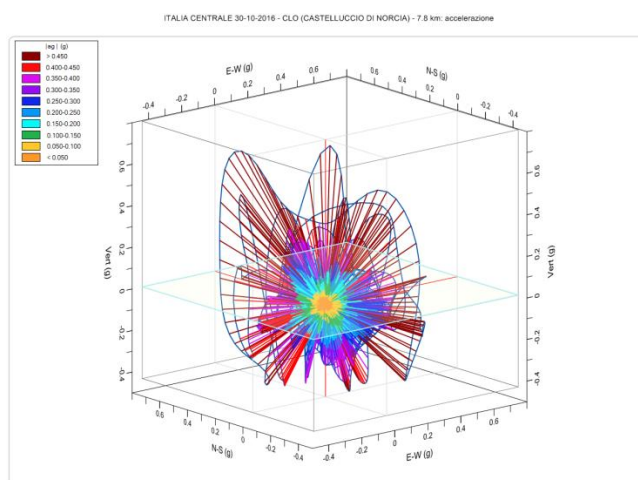


Fig. 5. Accelerogramma 3D: colorazione delle posizioni assunte dal vettore accelerazione, secondo la scala dell'intensità



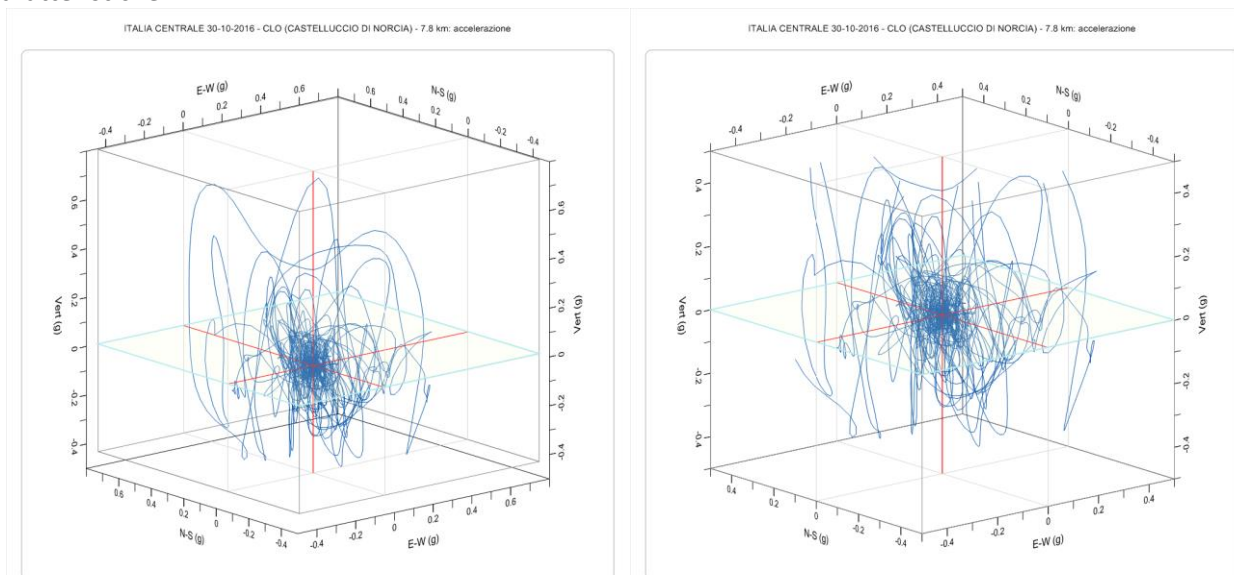
Come si può rilevare dalla fig. 5, le accelerazioni maggiori corrispondono ai 'confini' della curva (descritti nell'immagine dai vettori in colore rosso scuro), ma il nucleo centrale, costituito da valori di accelerazione più piccoli (vettori in colore giallo o arancio), si presenta molto fitto e mostra quindi le numerosissime variazioni del vettore in intensità e direzione che caratterizzano una parte notevole dell'evento. Per evidenziare il grado di complessità dell'accelerogramma spaziale si possono eseguire ingrandimenti del nucleo centrale.

La fig. 6 illustra l'operazione di ingrandimento, attraverso il ridimensionamento del box di visualizzazione: (a) box ottimizzato automaticamente in base ai massimi e minimi valori dell'accelerazione nelle tre direzioni di riferimento (PGA: 0.427 g per EW, 0.583 g per NS, 0.797 g per Vert.)

(b) box limitato ad un'intensità massima di 0.500 g; (c) 0.250 g; (d) 0.100 g; (e) 0.050 g; (f) 0.025 g; (g) 0.010 g; (h) 0.005 g. Per consentire questo grado di dettaglio, l'accelerogramma è stato riferito all'intervallo con almeno una componente di accelerazione non inferiore a 0.005 g (per la durata di 41.985 s, da 15.385 a 57.360). Tutte le linee disegnate sono tratti che uniscono punti effettivamente tracciati internamente al box e quindi rappresentano escursioni effettive avvenute entro il corrispondente intervallo.

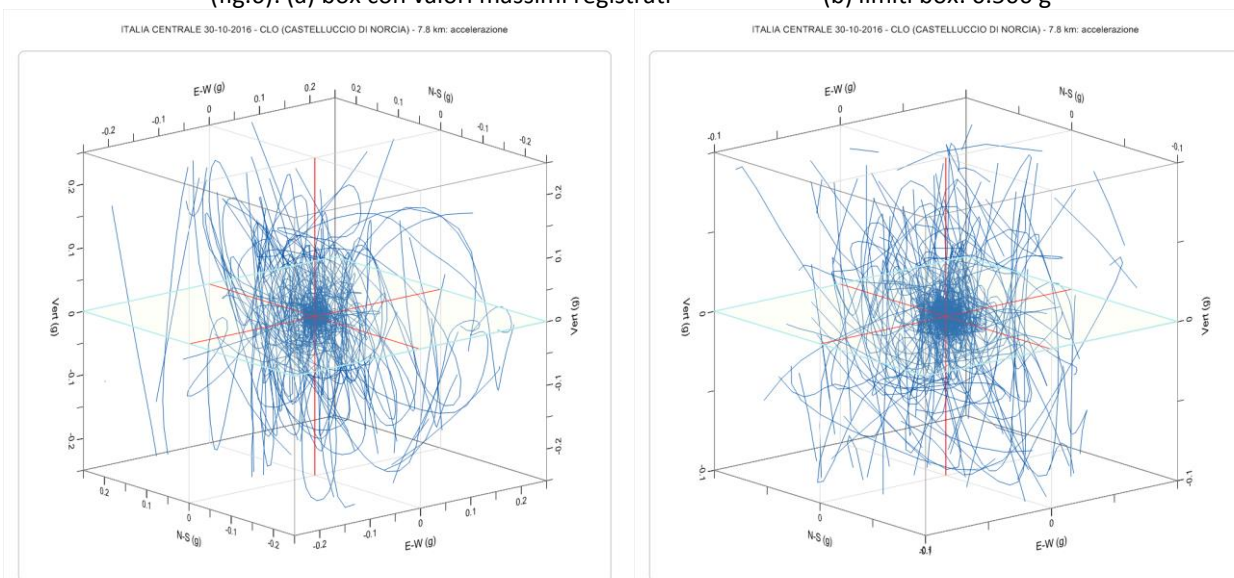
In fig. 7 la medesima sequenza viene ripetuta sul piano verticale (NS, Vert).

Le immagini ricordano i frattali: a qualunque scala si osservi, la curva presenta sempre le stesse caratteristiche.



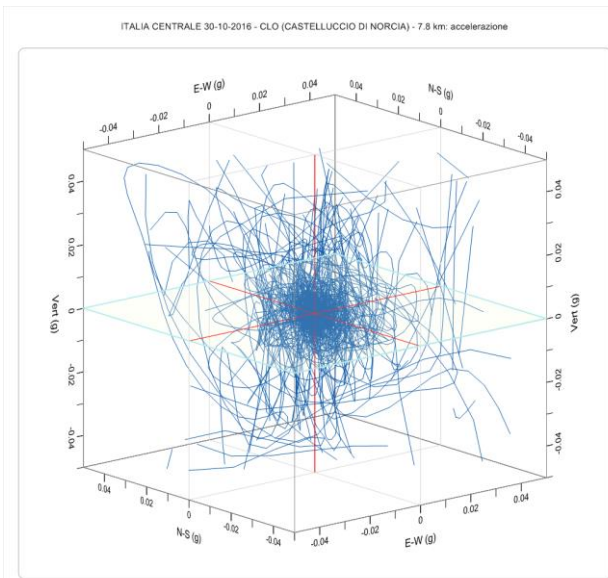
(fig.6): (a) box con valori massimi registrati

(b) limiti box: 0.500 g

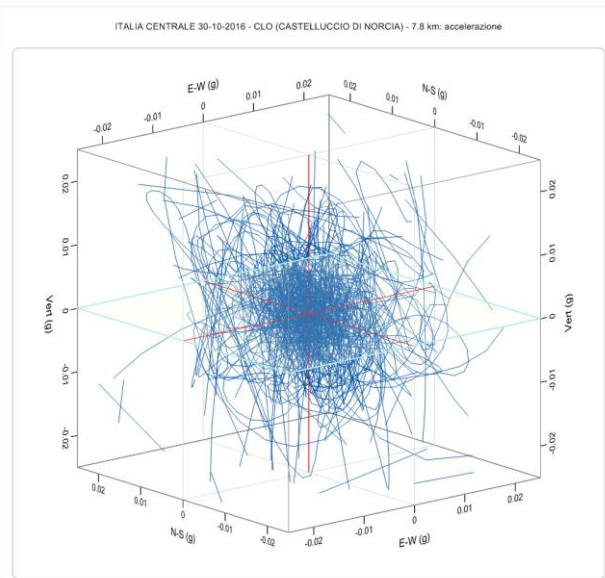


(c) limiti box: 0.250 g

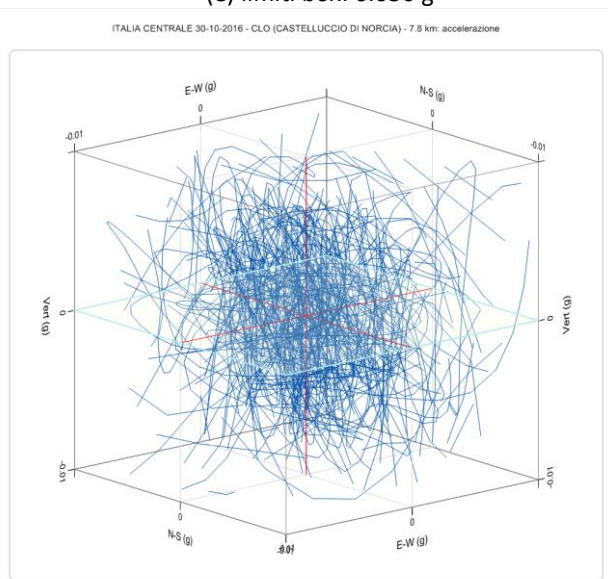
(d) limiti box: 0.100 g



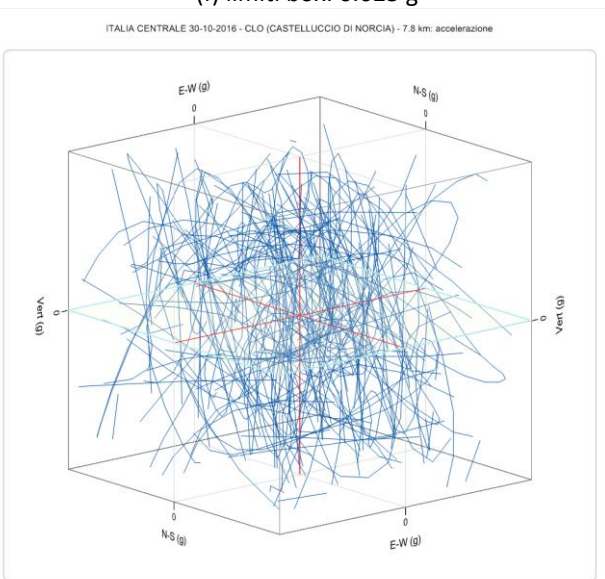
(e) limiti box: 0.050 g



(f) limiti box: 0.025 g

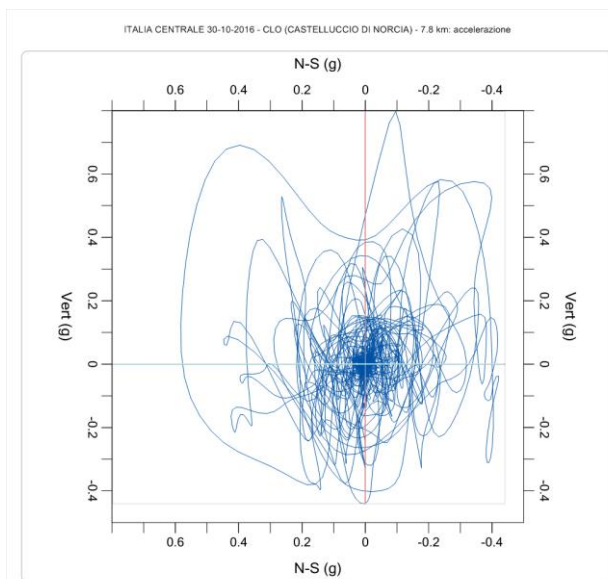


limiti box: (g) 0.010 g

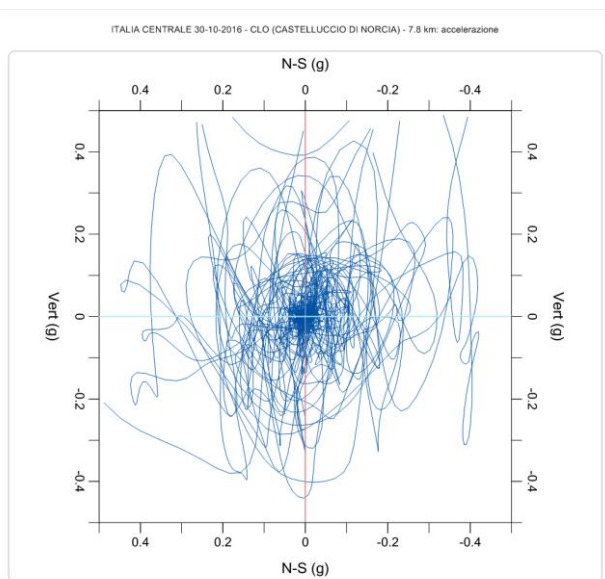


limiti box: (h) 0.005 g

*Fig. 6. Ingrandimenti progressivi dell'accelerogramma composto: vista 3D*

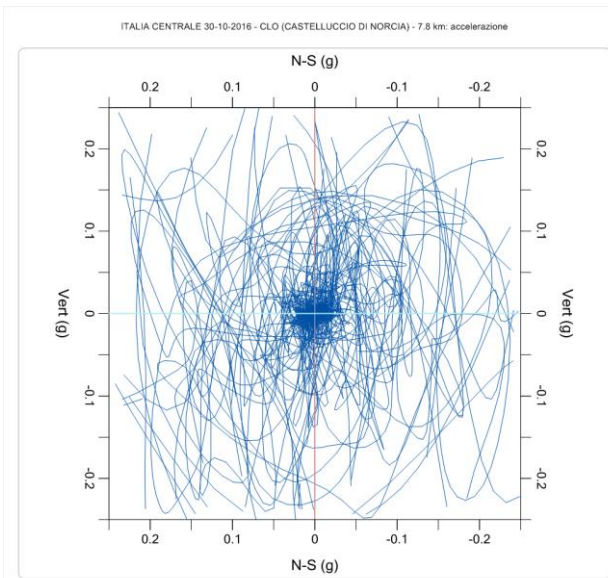


(fig.7): (a) box con valori massimi registrati

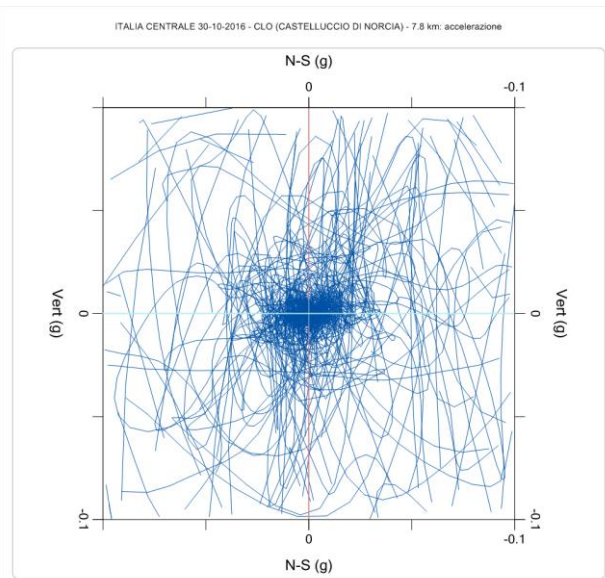


(b) limiti box: 0.500 g

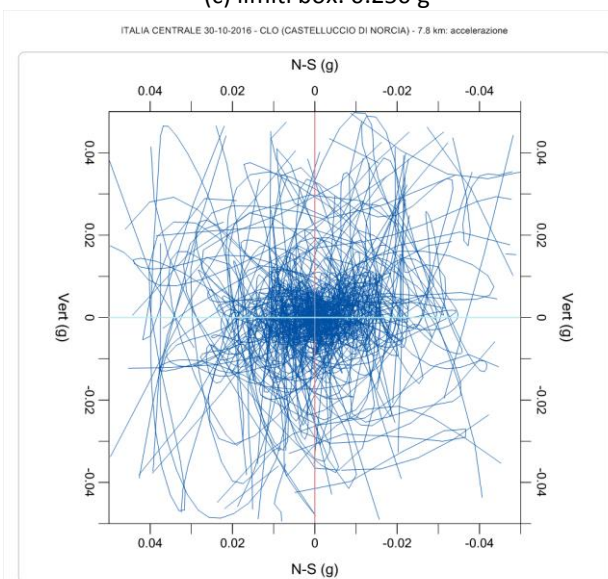




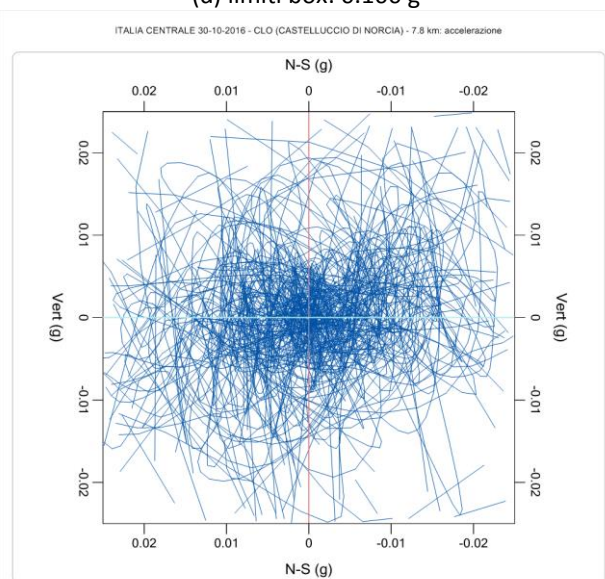
(c) limiti box: 0.250 g



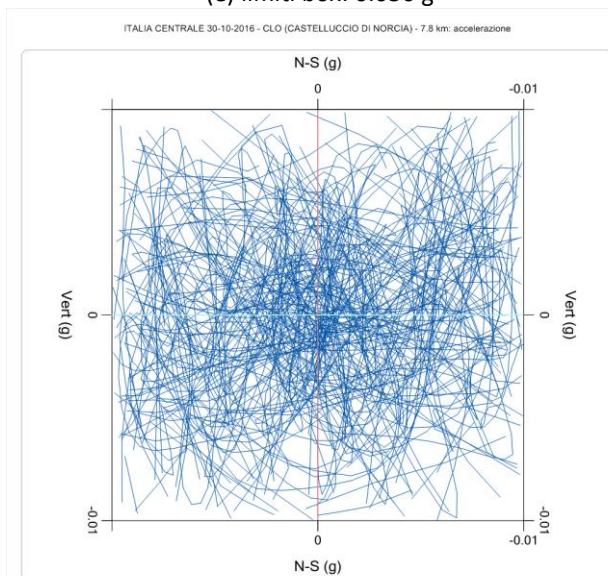
(d) limiti box: 0.100 g



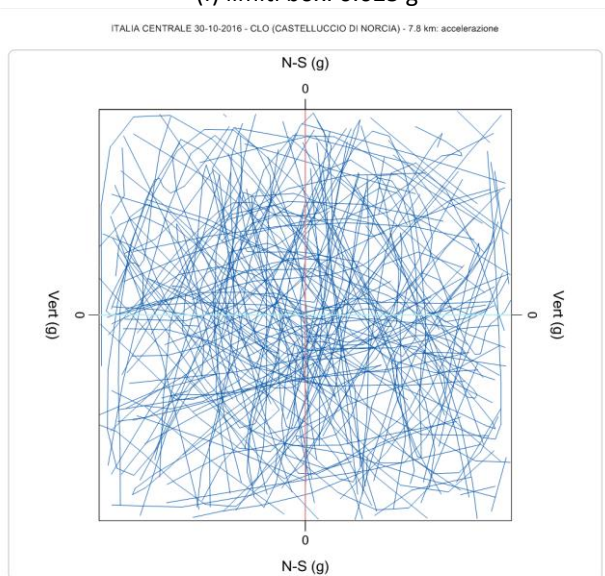
(e) limiti box: 0.050 g



(f) limiti box: 0.025 g



(g) limiti box: 0.010 g



(h) limiti box: 0.005 g

Fig. 7. Ingrandimenti progressivi dell'accelerogramma composto: vista sul piano verticale NS-Vert



Le immagini mostrano ciò che è accaduto a Castelluccio di Norcia il 30.10.2016 in circa 40 secondi. Isolando la parte limitata alle accelerazioni non inferiori a 0.250 g, si ottiene il grafico rappresentato in fig. 8, relativo ad un intervallo di 6.480 s, compresi fra 17.435 s e 23.915 s della registrazione. Nell'immagine sono riportati anche i punti del tracciato corrispondenti a tempi di scansione di 1 secondo, lungo questo intervallo: inserendo queste informazioni, la variabile 'tempo' torna ad essere presente nel grafico e le etichette dei secondi scandiscono la costruzione progressiva della curva.

In 6 secondi lo scuotimento del terreno ha prodotto accelerazioni violente, particolarmente in direzione verticale, accelerazioni che possiamo immaginare tradotte sulle costruzioni in sollecitazioni inerziali ed impulsive che hanno determinato crolli e danni sugli edifici. Una distruzione avvenuta in un brevissimo intervallo di tempo a causa di un fenomeno caotico, estremamente distante per natura ed entità dalle sollecitazioni di tipo statico che interessavano gli edifici nel loro stato di esercizio.

Gli accelerogrammi tridimensionali generati dal vettore accelerazione suggeriscono una nuova prospettiva: lo studio della forma delle curve e del loro sviluppo lungo la durata dell'evento.

I continui cambiamenti del vettore accelerazione, tradotti in ripidi cambi di direzione, 'riccioli' e avvolgimenti ed altrettanto improvvisi sbalzi di intensità, determinano la necessità di indagare sulle variazioni dell'accelerazione. Infatti, la verifica di sicurezza per sollecitazioni e deformazioni prodotte dalle forze inerziali, generate dalle masse sottoposte alle accelerazioni strutturali, potrebbe non essere sufficiente per descrivere completamente la risposta della costruzione. Il controllo di capacità degli elementi resistenti non può ignorare verifiche su effetti di tipo impulsivo, ossia dipendenti dai brevissimi intervalli di tempo in cui le sollecitazioni cambiano, si amplificano, si riducono, invertono il segno.

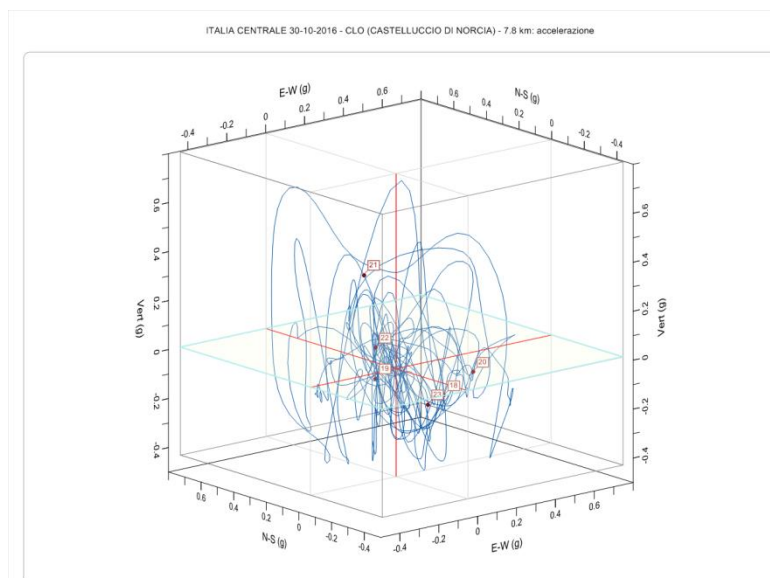


Fig.8. Accelerogramma 3D per Castelluccio di Norcia, 30.10.2016: i 6 secondi circa di accelerazioni al suolo non inferiori a 0.250 g

## 2 JERK: DERIVATA PRIMA DELL'ACCELERAZIONE

La derivata dell'accelerazione, detta anche *velocità dell'accelerazione* o *derivata terza dello spostamento*, è denominata in letteratura *jerk* ed è indicata con il simbolo  $j$  o con l'acronimo *TDoA* (Time Derivative of Acceleration):

$$\mathbf{j} = \frac{d\mathbf{a}}{dt} \quad (1)$$

Poiché la forza esercitata su una massa è proporzionale all'accelerazione, il jerk è legato alla variazione della forza esercitata sulla massa durante il moto:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \Rightarrow \mathbf{j} = \frac{(\frac{d\mathbf{F}}{dt})}{m} \quad (2)$$

Una massa sottoposta ad accelerazione costante, pertanto in assenza di jerk, è soggetta ad un carico statico (forza costante) e in questa situazione non possono generarsi vibrazioni. Se ne deduce che quando in un corpo in moto si manifestano vibrazioni, il jerk è sempre presente.

Nel 2005 Tong et Al. [11] hanno indagato sul jerk di origine sismica, partendo dall'esigenza di conoscerne ampiezza, frequenza e durata. Lo studio si è basato sui dati registrati in occasione del terremoto di Chi-Chi a Taiwan ( $M_w$  7.6, 17:47, 20.09.1999 e la replica  $M_w$  6.2, 00:14, del 22.9.1999). Non essendo disponibili registrazioni da sensori di jerk, strumenti che sono stati progettati e realizzati solo in anni successivi, i dati sul jerk sono stati ottenuti dalle registrazioni dell'accelerazione con metodi numerici. Tale metodologia è generalizzabile a tutti gli eventi dove il jerk non è stato registrato direttamente ed è stata implementata nel software *Seismic3D* [10].

Essendo l'accelerazione sismica una funzione discreta, ossia campionata per punti, il jerk viene determinato numericamente con le formule alle differenze finite centrate:

$$j(t_i) = \frac{a(t_{i+1}) - a(t_{i-1}))}{2\Delta t} \quad (i = 2, \dots, N - 1) \quad (3)$$

dove  $a(t_i)$  è l'accelerazione all'istante  $t_i$ ,  $N$  è il numero totale dei punti di campionamento,  $\Delta t$  è l'intervallo di campionamento. Questo calcolo viene eseguito separatamente per ognuna delle tre componenti del jerk, che insieme formano il vettore  $\mathbf{j}$ .

La precisione nel calcolo numerico del jerk dipende dalla precisione dei dati di accelerazione e dall'intervallo di campionamento. Per quanto riguarda le elaborazioni dei principali eventi italiani, [ITACA \[12\]](#) fornisce accelerogrammi il cui segnale originale è stato registrato con intervallo di campionamento di 5 ms (200 Hz) e successivamente corretto provvedendo a rimuovere o ridurre gli errori in alta e bassa frequenza; si tratta quindi di dati qualitativamente ottimi per le finalità della presente Ricerca.

Risulta a questo punto naturale la rappresentazione del sismogramma del jerk sia nel piano come time-history, suddiviso nelle tre componenti, sia nello spazio come tracciato del vettore  $\mathbf{j}$ , ottenendo grafici del tutto analoghi a quelli già sviluppati per l'accelerazione.

In campo tridimensionale assume inoltre particolare interesse la rappresentazione del vettore  $\mathbf{j}$  sull'accelerogramma:  $\mathbf{j}$  è tangente in ogni punto alla curva tridimensionale tracciata dal vettore  $\mathbf{a}$ .

Con riferimento al terremoto di Castelluccio di Norcia del 30.10.2016, si riportano in fig. 9, in analogia con quanto già illustrato per l'accelerazione, i diagrammi del jerk per le componenti singole e sovrapposte, e in tab. I i picchi (massime ampiezze) di accelerazione (PGA) e di jerk (PGJ) per le tre componenti e gli istanti di tempo a cui si conseguono nel corso dell'evento.

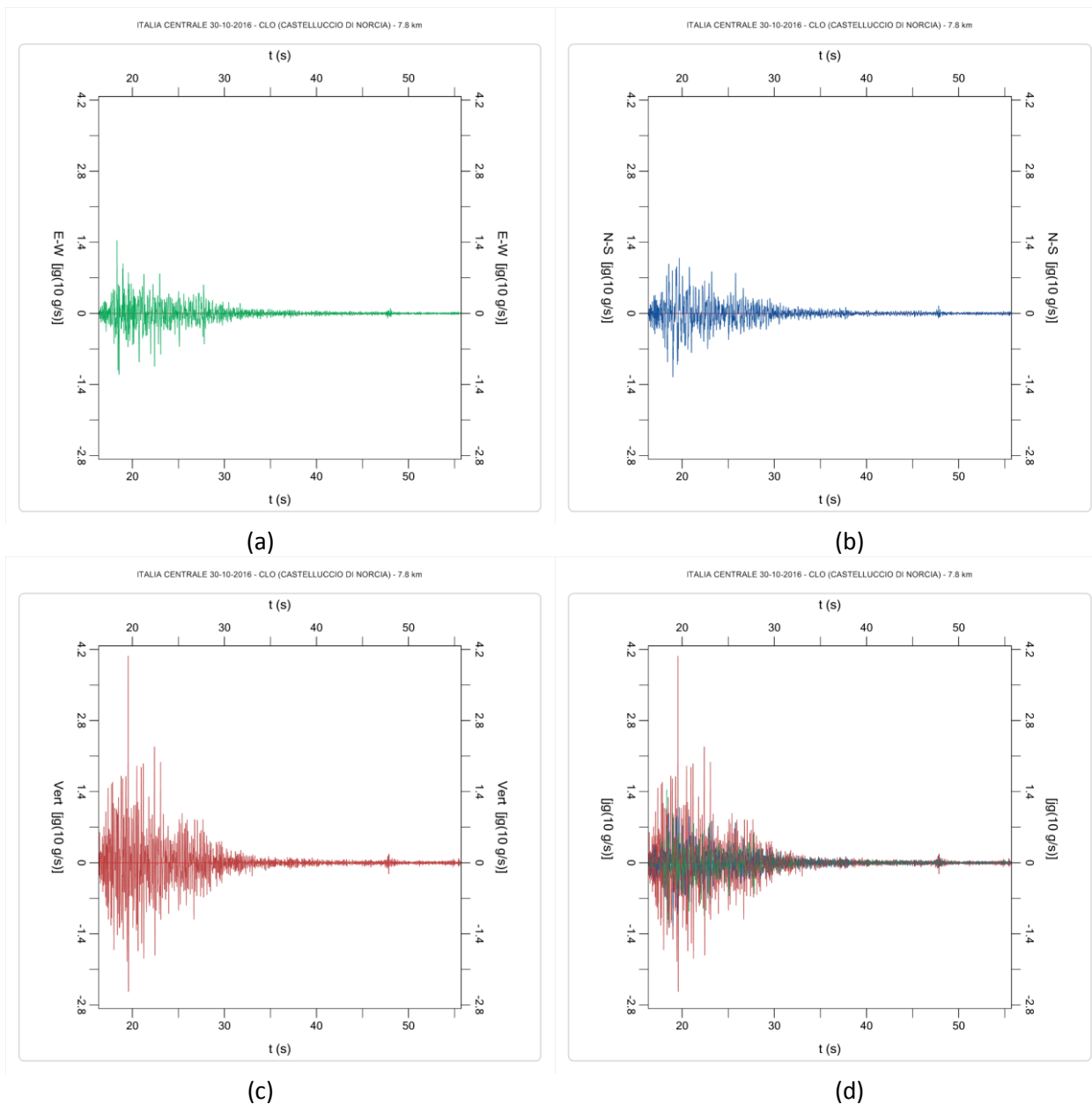


Fig. 9. Sismogramma del jerk come time-history: ogni componente del jerk è rappresentata in funzione del tempo: (a) EW, (b) NS, (c) Verticale, (d) le tre componenti sovrapposte

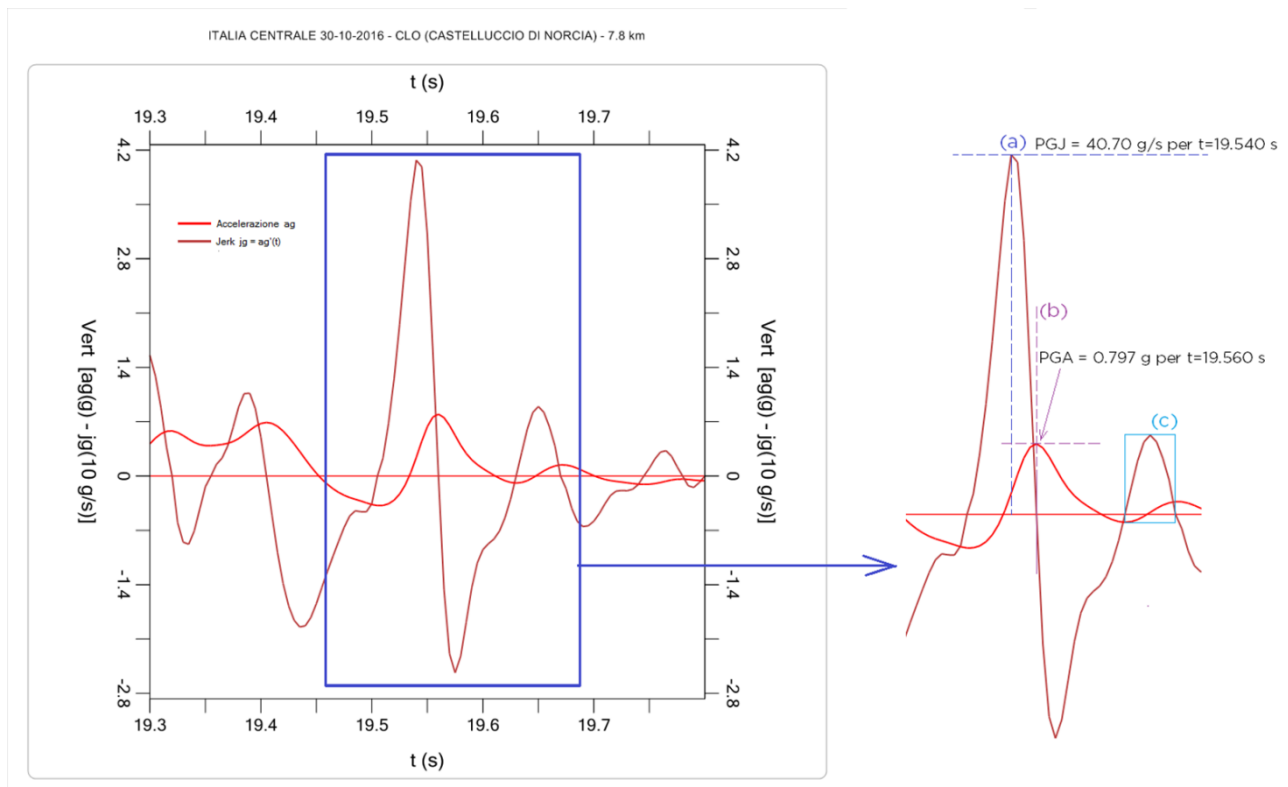
	EW	t (s)	NS	t (s)	Vert.	t (s)
PGA (g)	0.427	20.775	0.583	19.445	0.797	19.560
PGJ (g/s)	14.36	18.335	12.50	18.995	40.70	19.540

Tab. I. Picchi di accelerazione e di jerk per il terremoto di Castelluccio di Norcia, ed istanti di tempo corrispondenti, distinti fra le tre componenti

I valori in tab. I indicano chiaramente che i picchi di jerk si conseguono ad istanti non coincidenti con quelli corrispondenti a PGA. Le massime ampiezze di accelerazione e jerk si manifestano in un intervallo di tempo compreso fra 18.000 e 21.000 s, con una relazione fra PGA e PGJ variabile con la direzione in modo casuale; sia l'accelerazione che il jerk per questa registrazione sono molto forti in direzione verticale.

Le accelerazioni verticali a Castelluccio hanno praticamente raggiunto l'elevata soglia di 0.8 g (fig. 1), ed il picco di jerk verticale è 40 g/s (fig. 9), più del doppio del jerk orizzontale (sia EW, sia NS).

Per comprendere le relazioni fra accelerazione e jerk, si isola la porzione di sismogramma della componente verticale relativa ad un piccolo intervallo di registrazione compreso fra 19.300 e 19.800 s (mezzo secondo) entro cui si conseguono PGA e PGJ.



*Fig. 10. Confronto fra sismogrammi di accelerazione e di jerk.  
Il particolare a destra evidenzia le relazioni fra i massimi dell'accelerazione e zeri del jerk*

Poiché il jerk è la derivata prima dell'accelerazione, gli zeri del suo grafico coincidono con i massimi e i minimi dell'accelerazione.

In fig. 10: (a) il massimo assoluto, o picco, del jerk PGJ; (b) il massimo assoluto dell'accelerazione corrispondente, come i massimi relativi, a uno zero del jerk; (c) il tratto compreso fra due zeri consecutivi del jerk coincidente con il tratto compreso fra due punti di massimo o minimo consecutivi dell'accelerazione. In fig. 11 si riportano i diagrammi di accelerazione e jerk per le tre componenti, tutti relativi all'intervallo di registrazione compreso fra 18.000 e 21.000 s.

Derivando, il numero di oscillazioni fra valori positivi e negativi, con i picchi relativi, aumenta: un esempio è nell'ingrandimento in fig. 12.

Nel corso dell'evento, l'oscillazione secondaria di accelerazione intorno a un valore medio, avente apparentemente scarsa rilevanza, nel jerk si trasforma in picchi locali significativi alternati nel segno.

La derivazione genera una funzione caratterizzata da un tracciato 'a scatti', con 'punte' raffittite, ossia, in termini rigorosi, da frequenze maggiori.



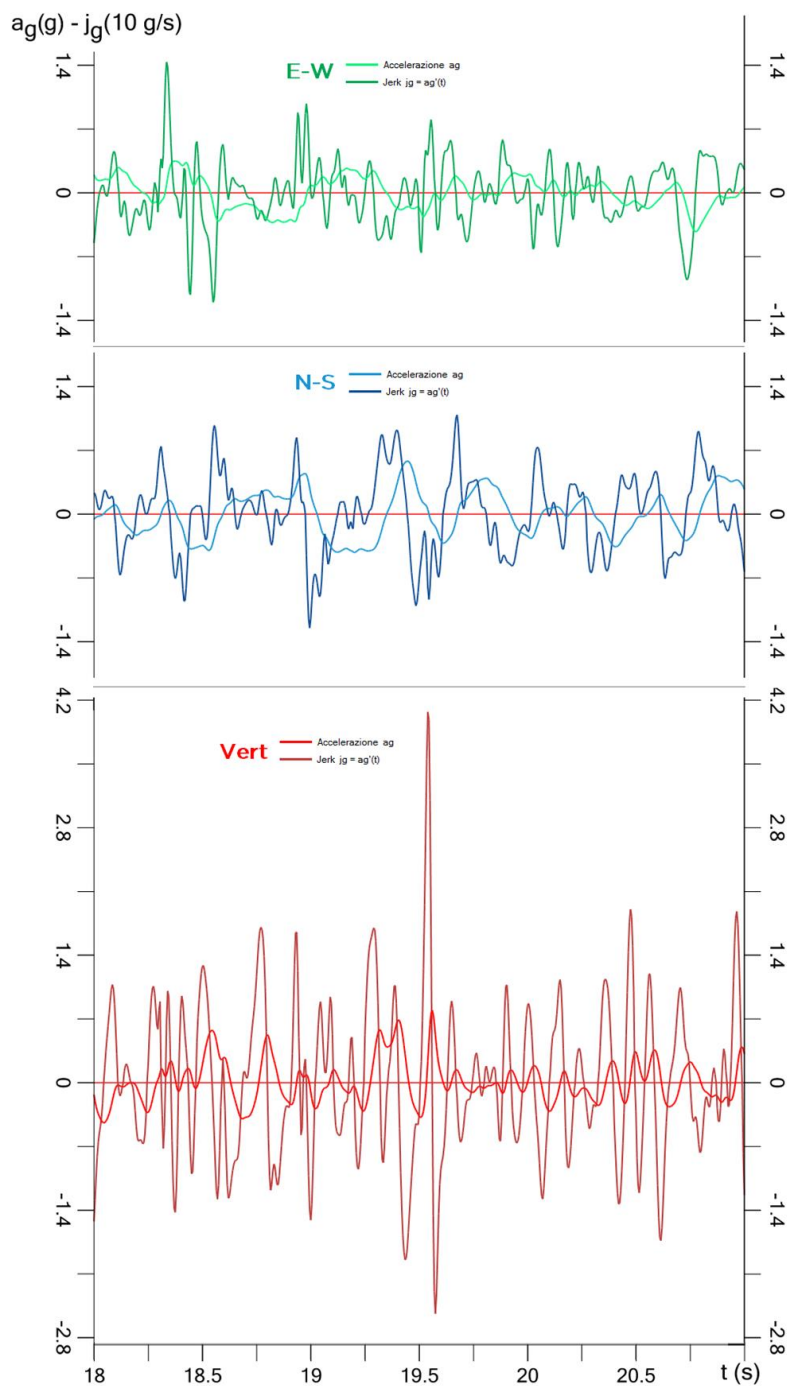


Fig. 11. Sismogrammi di accelerazione e jerk per le tre componenti EW, NS, Vert

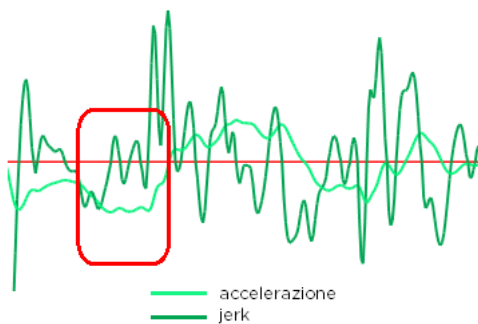
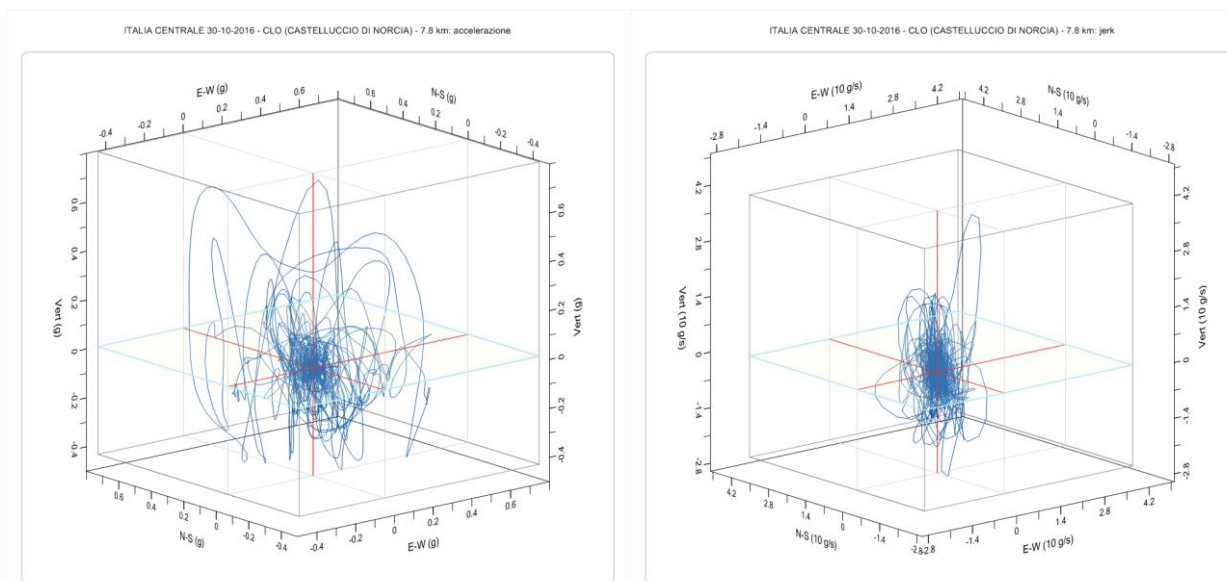
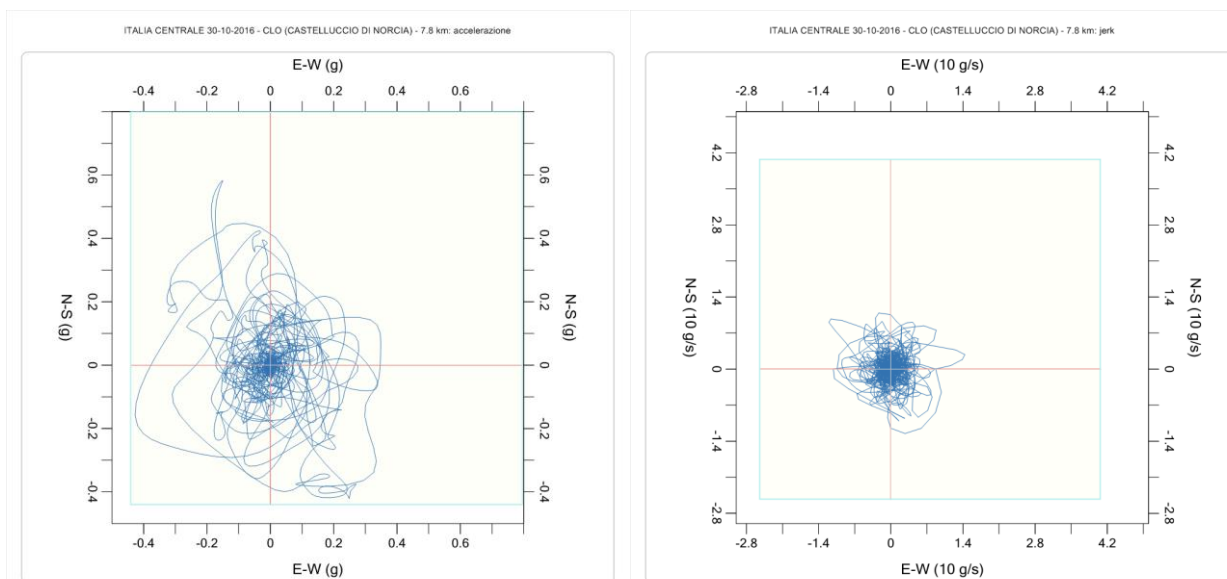


Fig. 12. Oscillazioni locali dell'accelerazione e corrispondenti massimi e minimi del jerk

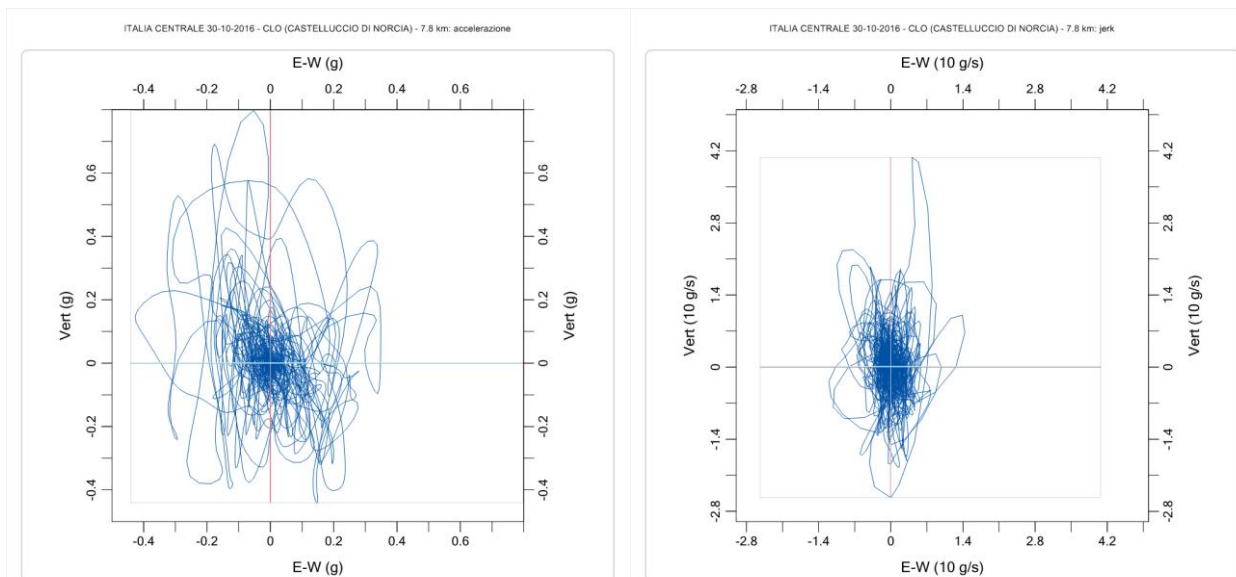
La rappresentazione del sismogramma del jerk nello spazio come tracciato del vettore  $\mathbf{j}$  produce grafici analoghi a quelli già illustrati per l'accelerazione. Il confronto fra le due curve è riportato nelle figure 13 (vista 3D), 14 (vista sul piano EW-NS), 15 (vista sul piano EW-Vert), 16 (vista sul piano NS-Vert).



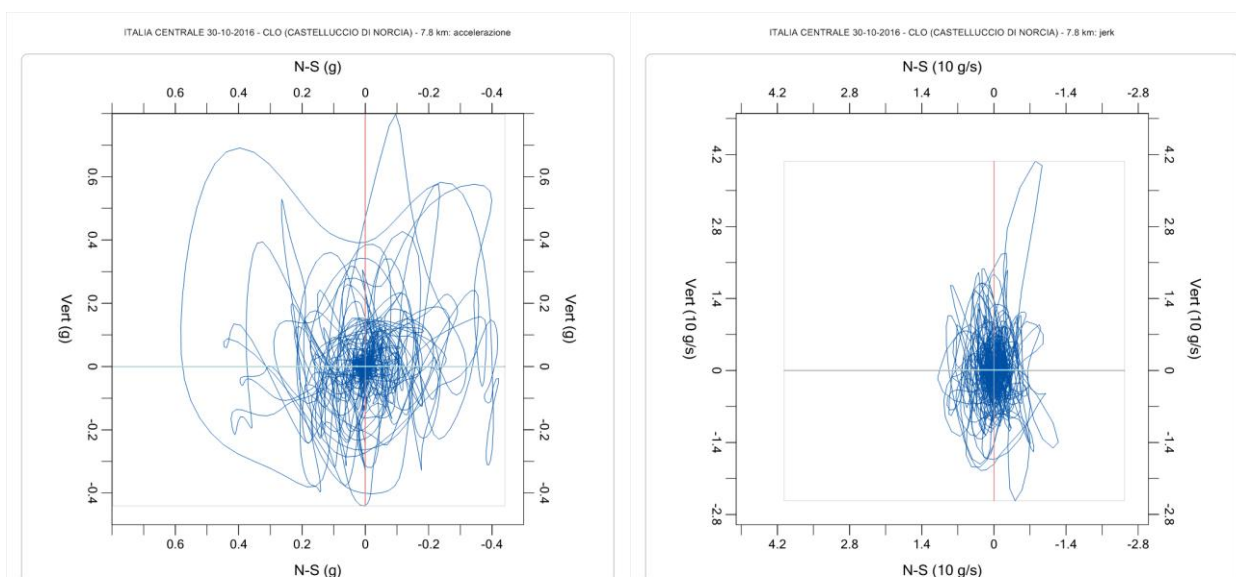
*Fig. 13. Confronto 3D fra accelerazione (a sinistra) e jerk (a destra)*



*Fig. 14. Confronto 3D fra accelerazione (a sinistra) e jerk (a destra): vista sul piano orizzontale (senza componente verticale)*



*Fig. 15. Confronto 3D fra accelerazione (a sinistra) e jerk (a destra):  
vista sul piano verticale EW-Vert (senza componente NS)*



*Fig. 16. Confronto 3D fra accelerazione (a sinistra) e jerk (a destra):  
vista sul piano verticale NS-Vert (senza componente EW)*

Tutte le viste evidenziano un groviglio del jerk più addensato: ciò è in accordo con quanto in precedenza osservato nel piano (tempo - jerk) dove a oscillazioni locali dell'accelerazione poco significative e con lo stesso segno corrispondono picchi di jerk a segni alterni. Il groviglio proiettato sul piano verticale assume una conformazione d'insieme allungata esaltando la componente verticale del sisma.

Anche per il jerk è interessante notare la forma tipo frattale del sismogramma composto: la fig. 17 mostra gli ingrandimenti successivi sulla curva del jerk, a partire da un box di visualizzazione che include tutti i massimi valori e quindi la completa escursione, fino a box con valori di jerk molto bassi.

Ciò a dimostrazione della caoticità del dinamismo rappresentato: procedendo verso il nucleo centrale del groviglio si evidenzia chiaramente che il numero di oscillazioni, pur aventi intensità minori, è elevatissimo e conduce ad ipotizzare un'azione perturbatrice sugli intimi legami costitutivi del materiale.

Per comprendere l'evoluzione del jerk nel corso dell'evento, poiché si tratta della derivata prima dell'accelerazione, il metodo migliore consiste nel visualizzare il vettore  $\mathbf{j}$  sul tracciato prodotto dal vettore

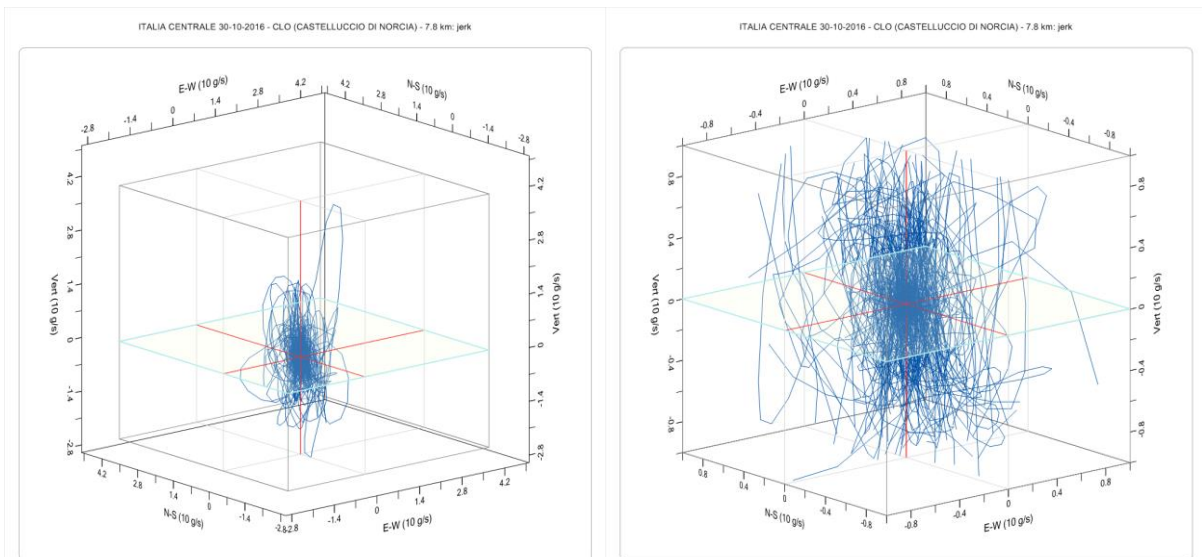
accelerazione. Studiando l'accelerogramma tridimensionale attraverso l'applicazione delle relazioni di geometria differenziale delle curve in  $\mathbb{R}^3$ , all'istante  $i$ -esimo  $t_i$  durante l'evento sismico, il vettore  $\mathbf{j}(t_i)$  è tangente alla curva descritta dal vettore accelerazione nel punto raggiunto a tale istante, e la sua intensità è data dalla radice quadrata della somma dei quadrati delle tre componenti, ognuna pari alla derivata temporale della corrispondente componente dell'accelerazione valutata all'istante  $t_i$ :

$$|\mathbf{j}(t_i)| = j_{3D}(t_i) = \sqrt{j_{EW}^2(t_i) + j_{NS}^2(t_i) + j_{vert}^2(t_i)} \quad (i = 2, \dots, N - 1)$$

dove:

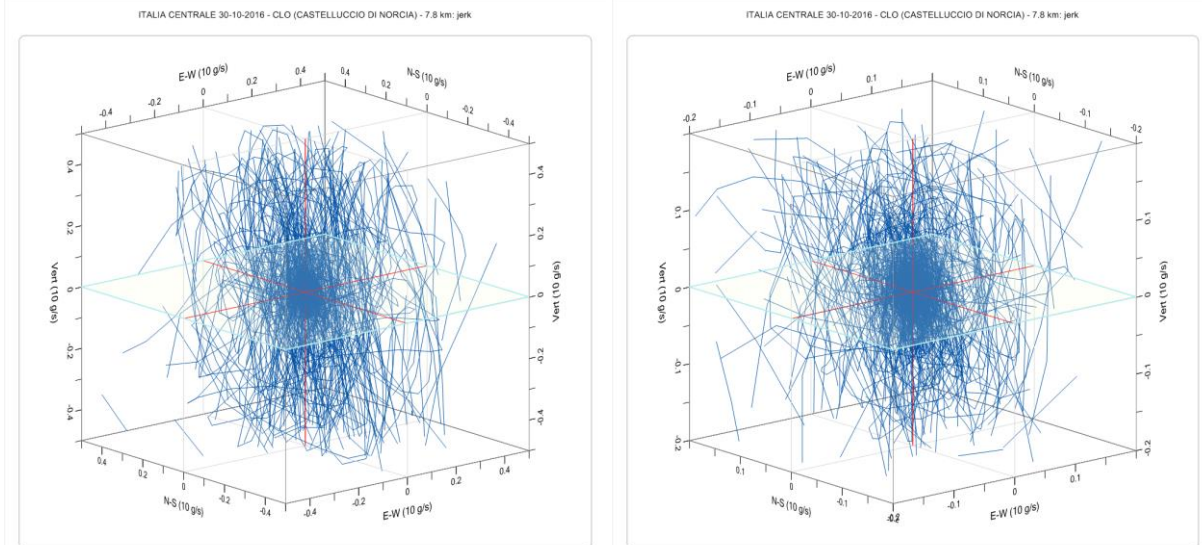
$$j_{EW}(t_i) = \left. \frac{da_{EW}(t)}{dt} \right|_{t=t_i}, \quad j_{NS}(t_i) = \left. \frac{da_{NS}(t)}{dt} \right|_{t=t_i}, \quad j_{vert}(t_i) = \left. \frac{da_{vert}(t)}{dt} \right|_{t=t_i}$$
(4)

$\mathbf{j}$  è la *velocità dell'accelerazione*: vi è completa analogia con la consueta velocità  $\mathbf{v}$  riferita alla curva dello spostamento  $\mathbf{r}$ . La fig. 18 mostra il vettore jerk sull'accelerogramma tridimensionale: durante l'intervallo di tempo corrispondente a valori di accelerazione non inferiori a 0.250 g (compreso fra 17.435 s e 23.915 s), si è scelto l'istante  $t=19.375$  s, arrestando il tracciamento a questo punto. Il vettore in colore rosso è il jerk, fotografato da diversi punti di vista: per ognuno di questi,  $\mathbf{j}$  è ovviamente sempre tangente alla curva, sia in 3D sia in proiezione.



(a) box con valori massimi registrati

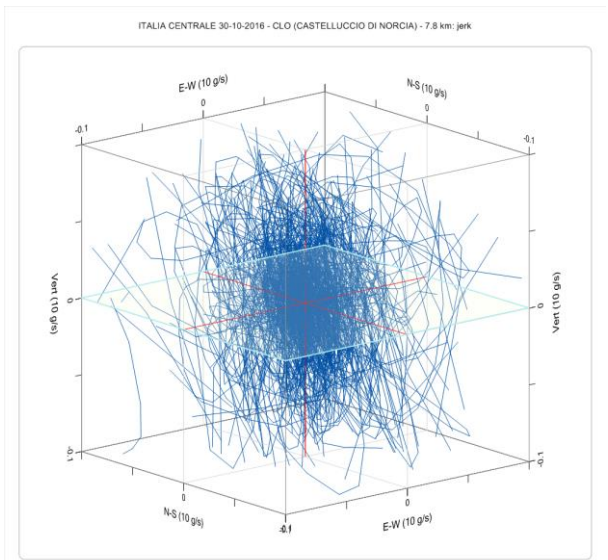
(b) limiti box: 10 g/s



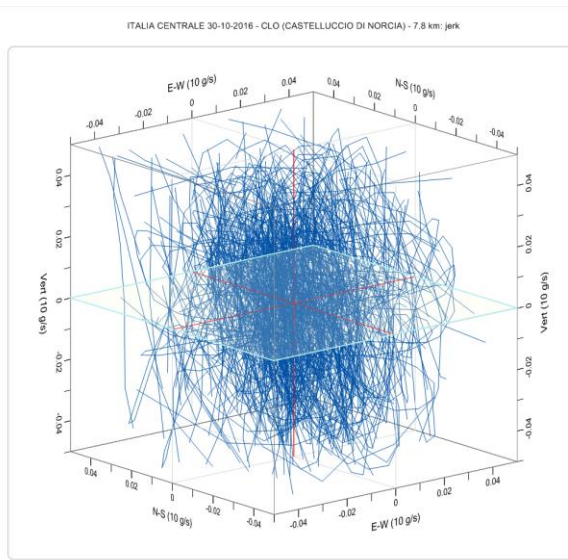
(c) limiti box: 5 g/s

(d) limiti box: 2 g/s



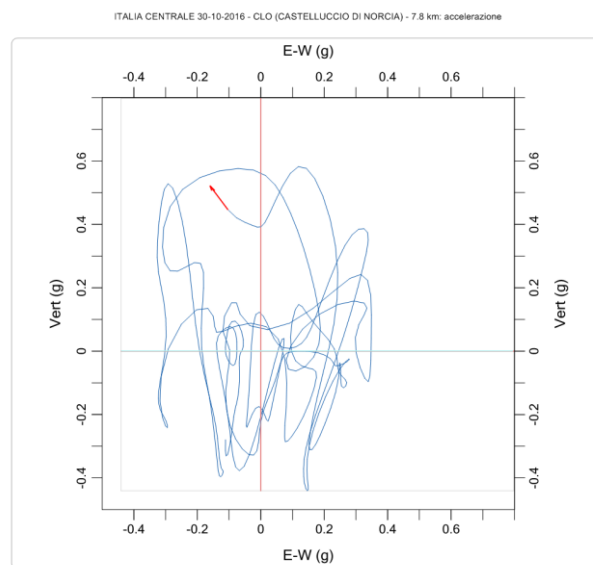
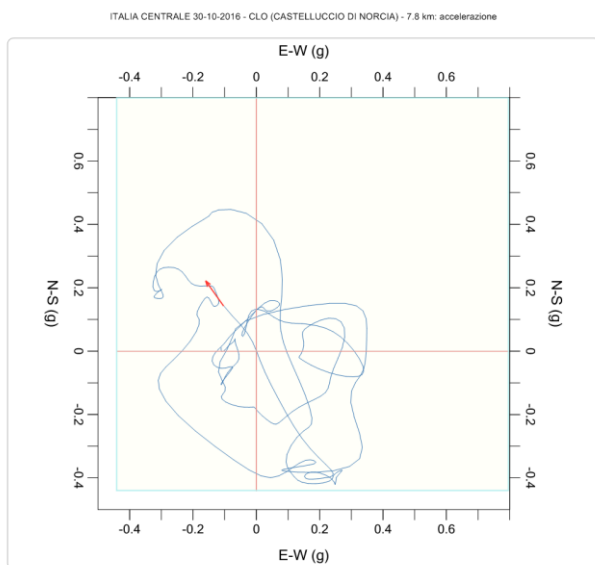
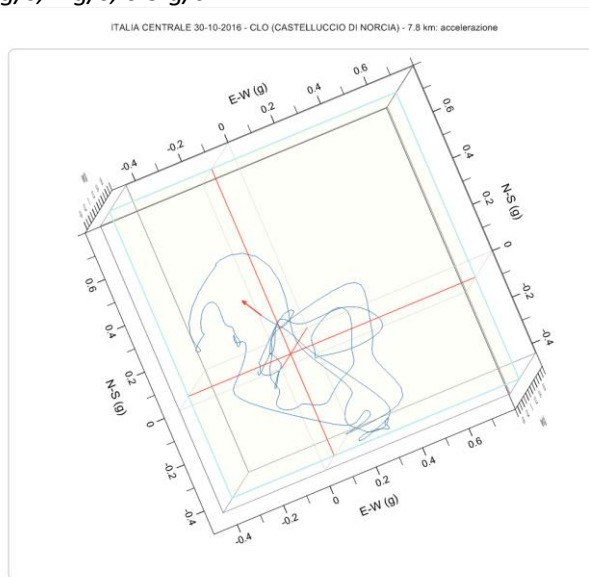
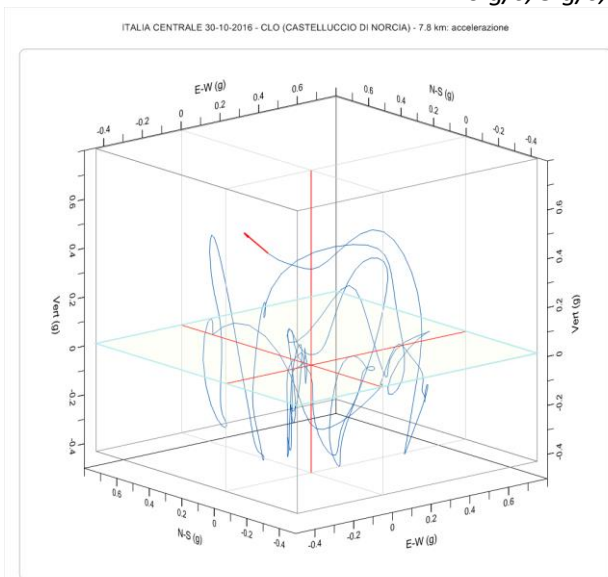


(e) limiti box: 1 g/s



(f) limiti box: 0.5 g/s

**Fig. 17. Ingrandimenti progressivi del sismogramma 3D del jerk per: 10 g/s, 5 g/s, 2 g/s, 1 g/s, 0.5 g/s**



**Fig. 18. Il vettore jerk di un istante dell'evento rappresentato sull'accelerogramma 3D per diversi punti di vista**

Si riprenda ora la tabella I: data la natura vettoriale dei parametri del moto, anche per i picchi si può esprimere PGA e PGJ non solo separatamente per le tre singole componenti, ma anche unitariamente come massimo modulo del vettore. La tabella si aggiorna nel modo seguente (tab. II).

	EW	t (s)	NS	t (s)	Vert.	t (s)	3D	t (s)
PGA (g)	0.427	20.775	0.583	19.445	0.797	19.560	0.829	19.410
PGJ (g/s)	14.36	18.335	12.50	18.995	40.70	19.540	41.69	19.540

Tab. II. Picchi di accelerazione e di jerk per il terremoto di Castelluccio di Norcia: oltre alle singole componenti, si indica il valore massimo dell'intensità del vettore (3D)

I picchi dei moduli dei vettori, cioè dell'intensità, dell'accelerazione e del jerk si manifestano in generale a istanti diversi rispetto a quelli delle loro singole componenti, ed hanno ovviamente valori maggiori: gli effetti massimi del moto sismico al suolo, sia per l'accelerazione che per il jerk, non si verificano in una delle direzioni ortogonali del sistema di riferimento (X, Y o Z) bensì in una direzione casuale, variabile di volta in volta in base alla particolare stazione di uno specifico evento.

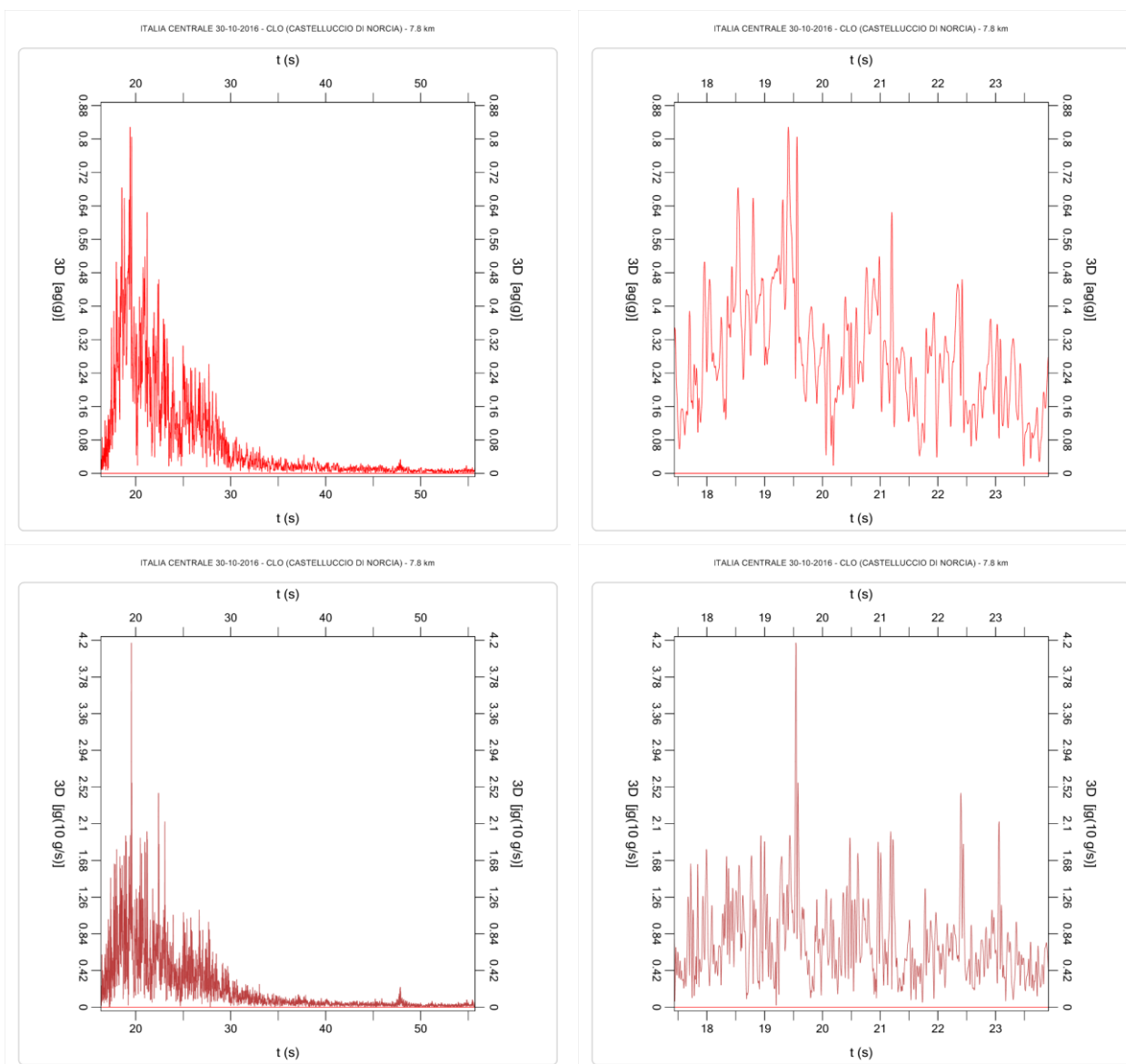


Fig. 19. Intensità 3D per l'evento di Castelluccio: confronto fra accelerazione (sopra) e jerk (sotto), per gli

intervalli di tempo caratterizzati da almeno una componente di accelerazione non inferiore a: 0.010 g a sinistra (da 16.330 a 55.715 s), 0.250 g a destra (da 17.435 a 23.915 s)

E' interessante rappresentare nel piano come time-history i moduli dei vettori accelerazione e jerk: si ricavano i sismogrammi illustrati in fig. 19, i cui picchi sono i valori 3D in tab. 2.II.

### 3 FORZE IMPULSIVE PRODOTTE DAL JERK

Durante l'evento sismico, l'accelerazione al suolo cambia rapidamente, e le corrispondenti azioni inerziali prodotte sulle masse interessate variano in intervalli di tempo dell'ordine del centesimo fino al millesimo di secondo. Si generano 'strattoni', ossia forze di tipo impulsivo: ogni forza si manifesta in un intervallo di tempo molto breve. Affinché il jerk divenga un parametro utilizzabile per la progettazione strutturale, è quindi necessario trasformarlo in forze impulsive: nel seguito viene proposto un approccio avente validità generale, illustrato con riferimento al medesimo evento considerato nei paragrafi precedenti (Castelluccio di Norcia, 30.10.2016).

E' qui opportuno evidenziare che le forze impulsive dovute al jerk si distinguono dalle forze inerziali prodotte dall'accelerazione: le forze impulsive si generano in corrispondenza delle variazioni dell'accelerazione, e possono essere nettamente superiori alle forze inerziali da accelerazione. L'influenza su una struttura dipende dal contenuto in frequenza del jerk e dalle proprietà dinamiche della struttura stessa.

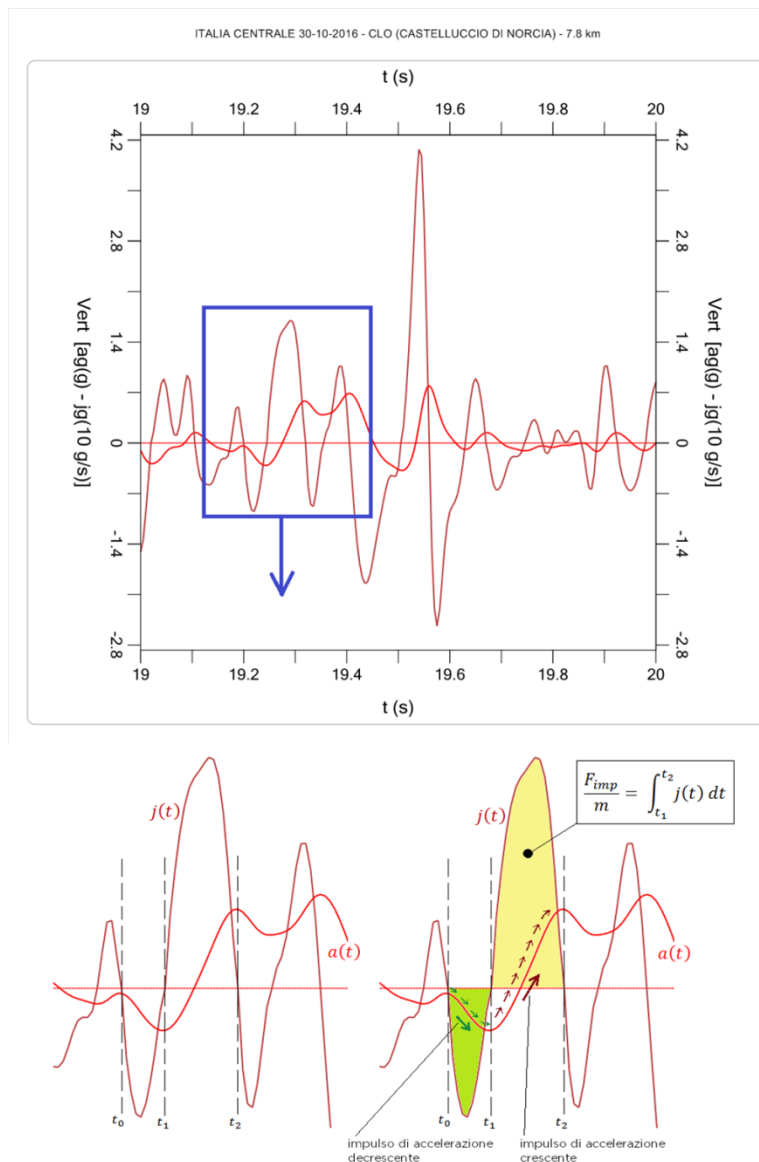
L'integrale del jerk è, per sua stessa definizione, un'accelerazione. Poiché secondo la legge di Newton l'accelerazione è una forza per unità di massa, l'area del jerk compresa fra due zeri consecutivi può essere denominata 'forza impulsiva per unità di massa' ed indicata con il simbolo  $F_{imp}$ . Due zeri consecutivi delimitano localmente un massimo dell'accelerazione seguito da un minimo, o viceversa: l'area definita dal jerk nell'intervallo di tempo compreso fra i due zeri corrisponde all'impulso di accelerazione (andamento crescente) o di decelerazione (andamento decrescente).

Considerando quindi un intervallo della registrazione compreso fra gli istanti  $t_1$  e  $t_2$ , la forza impulsiva per unità di massa è data da:

$$\frac{F_{imp}}{m} = \int_{t_1}^{t_2} j(t) dt \quad (5)$$

Questa espressione si riferisce ad una qualsiasi delle tre componenti, ognuna delle quali nel corso dell'evento sarà caratterizzata da una sequenza propria di zeri e quindi di intervalli  $(t_1, t_2)$ .

La fig. 20 illustra la definizione della forza impulsiva per unità di massa corrispondente all'area sottesa dalla funzione  $j(t)$  fra due suoi zeri consecutivi. In colore giallo la forza impulsiva prodotta da un intervallo di accelerazione in aumento:  $a(t)$  passa da un minimo a un massimo, e produce una forza 'positiva'; in colore verde, la forza impulsiva immediatamente precedente, dove  $a(t)$  diminuisce, passando da un massimo a un minimo e produce una forza impulsiva 'negativa'. Ciò significa che la forza impulsiva corrispondente all'intervallo  $(t_0, t_1)$  ha verso opposto rispetto a quella dell'intervallo  $(t_1, t_2)$ .



*Fig. 20. Forza impulsiva per unità di massa, definita dall'integrale del jerk fra due zeri consecutivi, corrispondenti a massimi e minimi locali dell'accelerazione*

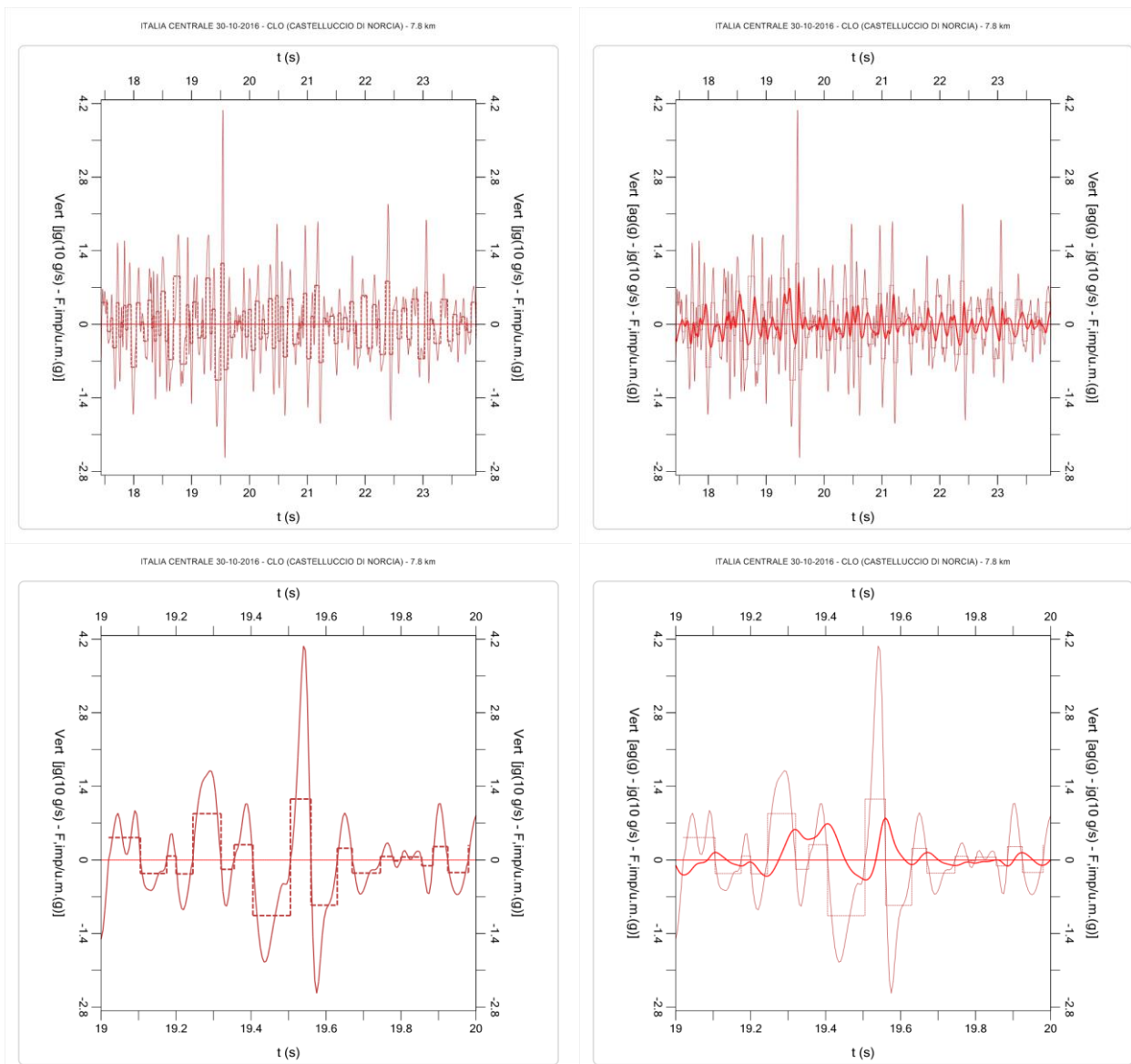
L'immagine in fig. 20 si riferisce alla componente verticale del terremoto di Castelluccio del 30.10.2016 per l'intervallo di tempo compreso fra 19.000 e 20.000 s.

Si osservi la brevissima durata delle forze impulsive. Gli zeri evidenziati corrispondono ai seguenti istanti del corso della registrazione:  $t_0 = 19.200$  s,  $t_1 = 19.245$  s,  $t_2 = 19.320$  s.

Pertanto, la forza impulsiva per accelerazione decrescente ha una durata di 45 ms, e la forza subito successiva: 75 ms.

Lungo la durata della registrazione, per ogni intervallo di tempo corrispondente a due zeri consecutivi del jerk si calcola quindi la forza impulsiva: gli impulsi si susseguono con diversi valori delle forze ed è possibile definire una funzione 'a scalini' che rappresenta la time-history della forza impulsiva per unità di massa.





*Fig. 21. Jerk e forze impulsive per unità di massa, per la componente verticale del terremoto di Castelluccio del 30.10.2016*

La fig. 21, mostra, per la componente verticale del noto evento di Castelluccio, il sismogramma del jerk insieme al diagramma a scalini delle forze impulsive per unità di massa, rappresentato in tratteggio e con maggior spessore. Sulla destra, il grafico viene sovrapposto all'accelerogramma. In alto: l'intervallo di tempo corrispondente ad accelerazioni non inferiori a 0.250 g, in basso: l'intervallo compreso fra 19.000 e 20.000 s, che costituisce una 'dilatazione' delle immagini sovrastanti.

In fig. 22 un ingrandimento tratto dall'immagine precedente evidenzia un aspetto importante. I picchi di jerk non sono direttamente correlati ai picchi di forza impulsiva; ciò dipende dal fatto che la forza dipende sia dal valore del jerk sia dall'intervallo di tempo fra i due zeri consecutivi. Pertanto, ad impulsi meno elevati ma di maggior durata corrispondono forze maggiori rispetto ad impulsi più forti ma più brevi (cfr. i valori delle forze A e B in fig. 22).

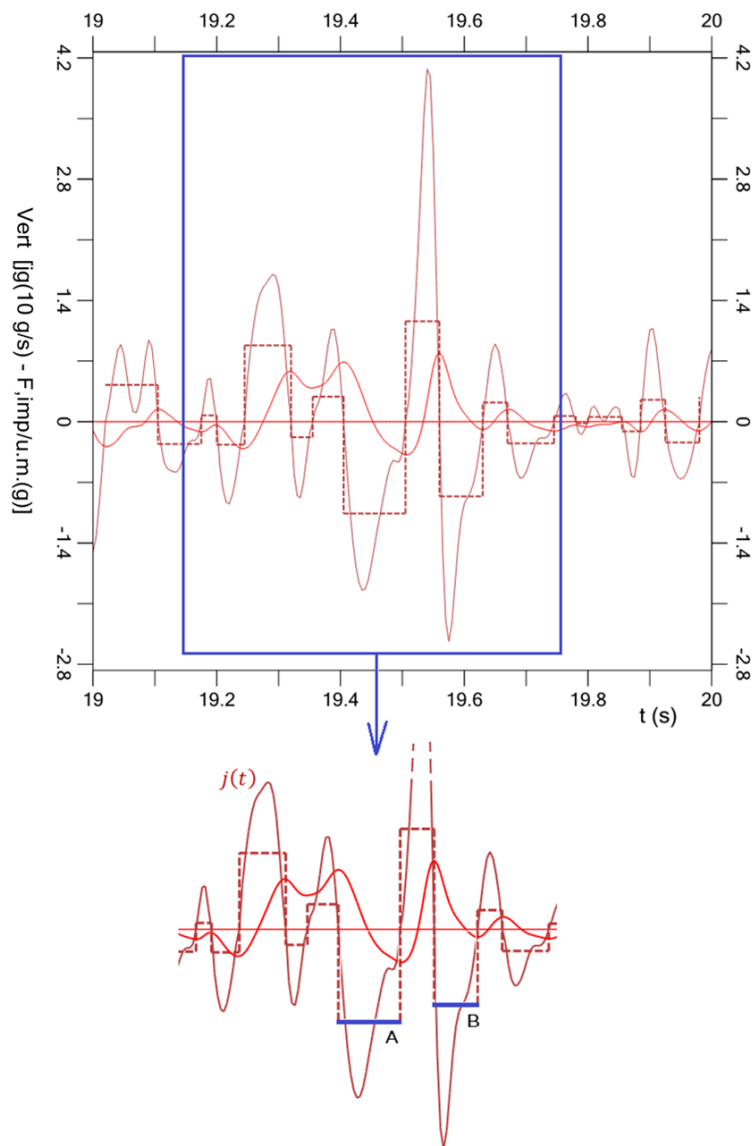


Fig. 22. Picchi di jerk e corrispondenti forze impulsive

Questa relazione ha validità generale, sia per eventi distinti sia per le diverse componenti: i picchi di jerk e i picchi di forza impulsiva non si conseguono al medesimo istante. Poiché una relazione analoga, come già illustrato, vale anche tra picchi di accelerazione e picchi di jerk, si ricava la seguente proprietà: per diversi eventi, distinte stazioni e per ognuna delle tre componenti,  $PGA$ ,  $PGJ$  e  $F_{imp,max}$  non sono contemporanei e non è possibile definire una relazione diretta a priori. Un legame fra queste grandezze può tuttavia essere ricercato per via statistica.

Nelle fig. 23, 24 e 25 si riportano, sempre per il terremoto di riferimento, i grafici delle forze impulsive per le tre componenti, sovrapposti o meno al diagramma del jerk, per l'intervallo di tempo relativo ad accelerazioni non inferiori a 0.250 g (la scala dei grafici è uniforme per le tre componenti, ma ottimizzata fra quelli che sovrappongono il jerk e quelli con le sole forze impulsive).

La fig. 26 mostra la sovrapposizione dei diagrammi delle forze impulsive relative alle tre componenti.

La natura dinamica della forzante viene così descritta, attraverso il jerk, da una serie impulsivi consecutivi che eccitano le masse e ne determinano le vibrazioni; si tratta di concetti già noti in Ingegneria Meccanica, dove le forze corrispondenti al jerk vengono controllate in modo da ottimizzare i processi produttivi [13].

In fig. 22 si è osservato che ai massimi del jerk non corrispondono necessariamente i massimi delle forze impulsive. La tab. III estende i dati mostrati in tab. II con le forze impulsive massime, che vengono così confrontate con  $PGA$  e  $PGJ$ . Per le forze impulsive non viene effettuata una composizione 3D: la natura

istantanea delle forze e l'indipendenza dei valori fra le tre componenti rende sufficientemente descrittiva la distinzione fra le tre componenti stesse, fermo restando che la caoticità dell'evento potrà generare elevati valori di forze impulsive in distinte direzioni in intervalli di tempo adiacenti o coincidenti.

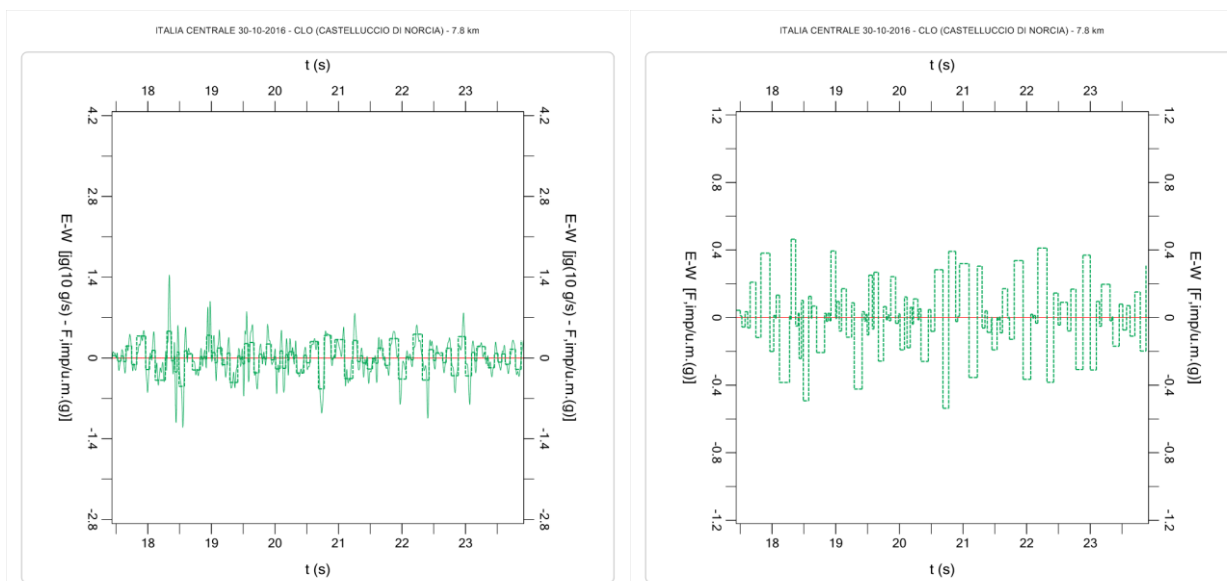


Fig. 23. Jerk e forze impulsive per unità di massa: componente EW

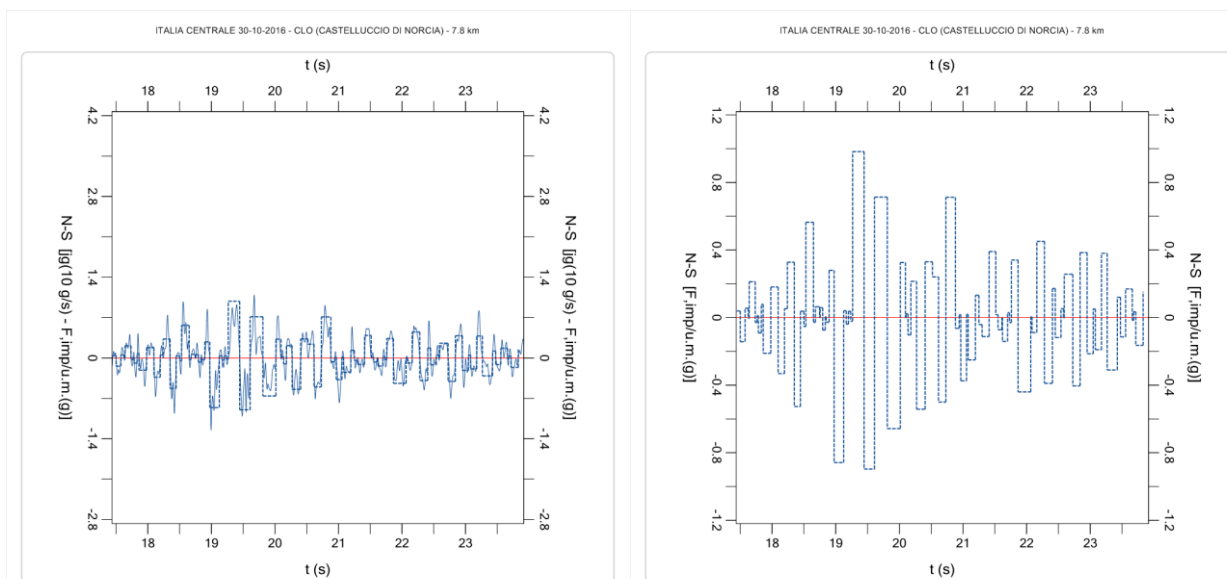


Fig. 24. Jerk e forze impulsive per unità di massa: componente NS

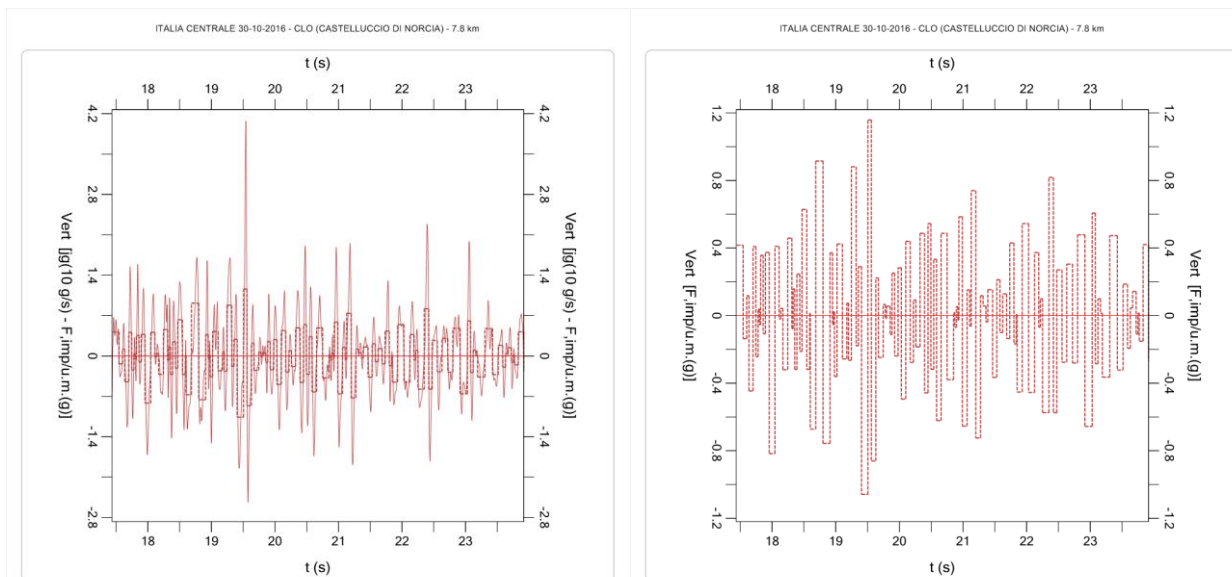


Fig. 25. Jerk e forze impulsive per unità di massa: componente verticale

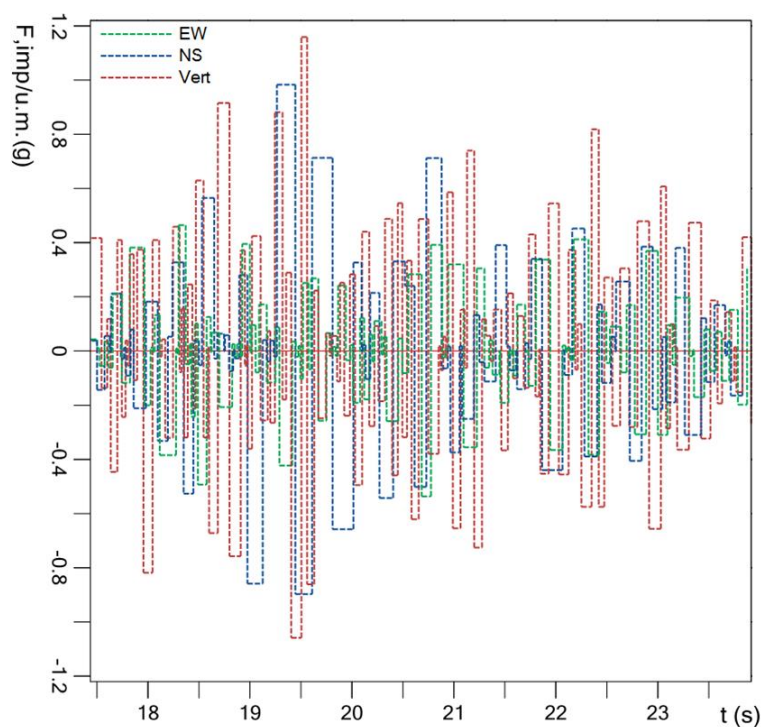


Fig. 26. Time-history delle tre componenti delle forze impulsive per unità di massa

Dalla tab. III risulta evidente come i valori delle forze impulsive possono essere elevati: per il terremoto di Castelluccio del 30.10.2016, la forza impulsiva verticale supera la gravità e raggiunge 1.159 g. Ciò significa che nel corso dell'evento c'è stato un intervallino di tempo (per la precisione, pari a 55 ms, compreso tra 19.505 s e 19.560 s) in cui lo 'strattone' verticale ha generato una forza superiore alla forza peso per più del 15%: un'azione di questo tipo ha istantaneamente sottoposto le strutture a sollecitazioni dinamiche molto impegnative, causando danneggiamenti e crolli che non possono essere compresi pienamente attraverso valutazioni fondate sulle sole forze inerziali da accelerazione.

Per quanto riguarda le soglie di jerk che possono essere considerate significative per il danneggiamento delle strutture, e che determinano la necessità di valutare gli effetti del sisma in relazione alle corrispondenti azioni impulsive, Tong et Al. [11] hanno evidenziato, come livello di jerk capace di generare disagio per le persone che occupano gli edifici, il valore di 2 g/s.

Si tratta di un limite molto più elevato (circa 10 volte superiore) rispetto a quello utilizzato nel settore dei trasporti per garantire il comfort dei passeggeri (pari a circa 0.2 g/s). La soglia di 10 g/s è quella oltre la quale i danneggiamenti strutturali possono divenire importanti.

Gli effetti prodotti dal jerk devono inoltre essere relazionati alle frequenze: questi aspetti possono essere trattati attraverso l'analisi tramite spettri di Fourier.

	EW	t (s)	NS	t (s)	Vert.	t (s)	3D	t (s)
PGA (g)	0.427	20.775	0.583	19.445	0.797	19.560	0.829	19.410
PGJ (g/s)	14.36	18.335	12.50	18.995	40.70	19.540	41.69	19.540
$F_{imp,max}$ per u.m. (g)	0.537	20.685 ( $\Delta t$ : da 20.685 a 20.775 s, pari a <b>90</b> ms)	0.984	19.265 ( $\Delta t$ : da 19.265 a 19.445 s, pari a <b>180</b> ms)	1.159	19.505 ( $\Delta t$ : da 19.505 a 19.560 s, pari a <b>55</b> ms)		

Tab. III. Picchi di accelerazione e di jerk e massime forze impulsive per unità di massa per il terremoto di Castelluccio di Norcia

#### 4 ANALISI DELLE FREQUENZE

Il contenuto in frequenza di una time-history è espresso dallo spettro di Fourier: esso fornisce una descrizione del contenuto in frequenza del moto sismico migliore rispetto allo spettro di risposta. L'identificazione di una frequenza rappresentativa del moto sismico assume un ruolo fondamentale ai fini del confronto con le frequenze proprie delle strutture.

Si definisce periodo medio  $T_m$  la media dei periodi di spettro  $T_i$  (reciproci delle frequenze  $f_i$ ) ognuno pesato con il quadrato della corrispondente ampiezza della trasformata discreta di Fourier.  $T_m$  è un parametro idoneo per la rappresentazione del contenuto in frequenza del moto sismico (Rathje et Al. [14]).

Tong et Al. [11] nel loro studio sul terremoto di Chi-Chi, Taiwan, del 20.9.1999 hanno elaborato gli spettri di Fourier sia per l'accelerazione sia per il jerk, osservando che la zona delle frequenze dominanti per accelerazione e jerk, cioè delle frequenze alle quali corrispondono le massime ampiezze dello spettro, può essere considerata simile per accelerazione e jerk e compresa fra 1 e 10 Hz, ma il jerk si distribuisce in una banda più ampia ed ha contenuti in alta frequenza con valori di spettro molto più alti rispetto all'accelerazione.

Questa caratteristica, rilevata per la prima volta per questo evento verificatosi a Taiwan, si conferma in tutti gli spettri dei terremoti italiani elaborati per il presente lavoro: lo spettro di Fourier del jerk, rispetto all'analogo dell'accelerazione, presenta una finestra di valori dominanti più estesa e un contenuto in alta frequenza molto più importante.

Mentre il periodo medio dell'accelerazione mostra in generale valori elevati anche superiori a 1 s, per il jerk il valore del periodo medio cambia drasticamente: il contenuto in alta frequenza determina un valore che diviene comparabile con i periodi propri delle strutture.

Un esempio di analisi di Fourier con determinazione del periodo medio per un evento italiano viene riferito al terremoto di Castelluccio di Norcia del 30.10.2016. Per tutte e tre le componenti EW, NS, Vert. si riporta lo spettro di accelerazione e jerk, con l'indicazione del periodo medio rappresentativo (figg. 27,28,29).



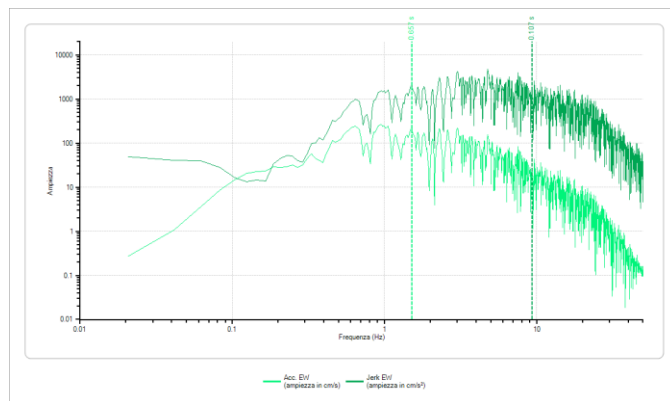


Fig. 27. Castelluccio di Norcia, 30.10.2016:  
spettro di Fourier di accelerazione e jerk per la componente EW

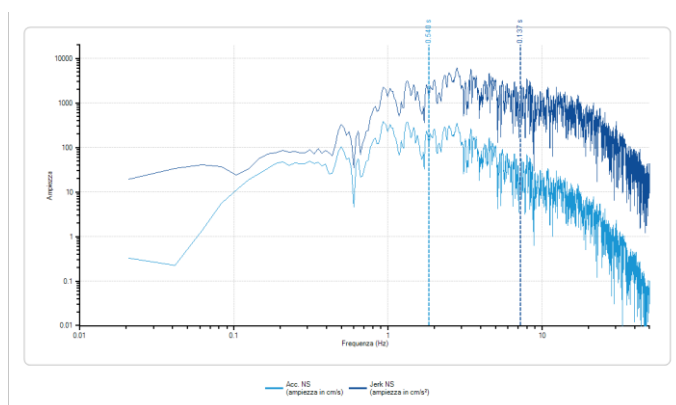


Fig. 28. Castelluccio di Norcia, 30.10.2016:  
spettro di Fourier di accelerazione e jerk per la componente NS

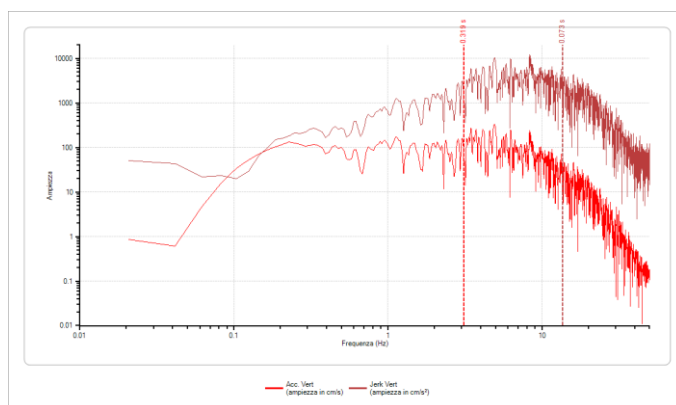


Fig. 29. Castelluccio di Norcia, 30.10.2016:  
spettro di Fourier di accelerazione e jerk per la componente Vert.

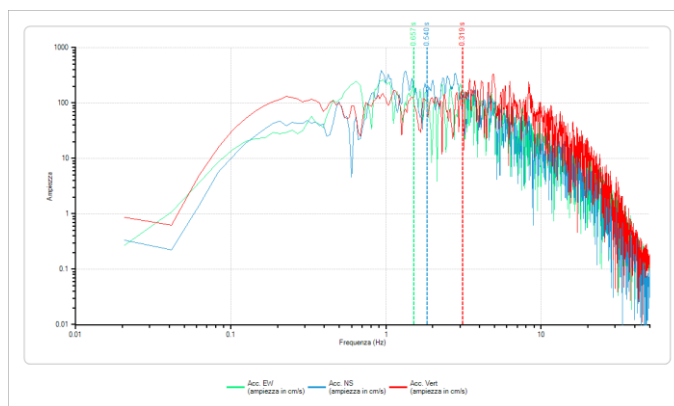
$T_m$ (s)	EW	NS	Vert.
Accelerazione	0.657	0.540	0.319
Jerk	0.107	0.137	0.073

Tab. IV. Periodo medio per accelerazione e jerk per il terremoto di Castelluccio di Norcia

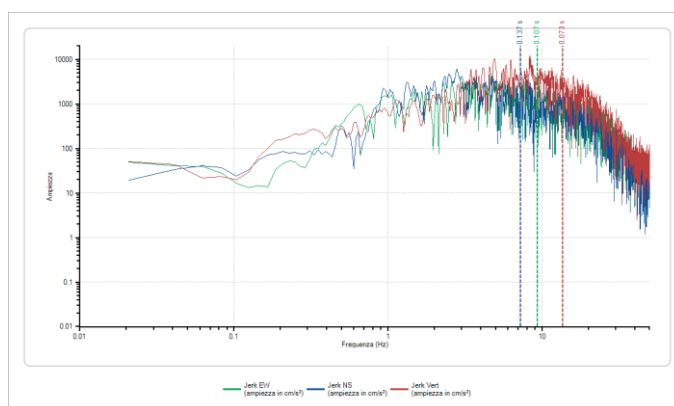
La tab. IV mostra un aspetto importante: il contenuto spiccatamente impulsivo della componente verticale. Le frequenze contenute nel segnale verticale sono più elevate in modo significativo rispetto alle componenti orizzontali, come ben illustrato dai grafici di sovrapposizione degli spettri: in fig. 30 per l'accelerazione, in fig. 31 per il jerk.

Esaminando i periodi medi delle componenti del moto sismico, risulta evidente come i periodi del jerk siano dello stesso ordine di grandezza dei periodi propri delle costruzioni più rigide, quali gli edifici in muratura: ciò evidenzia possibili criticità prodotte dall'azione impulsiva sugli elementi strutturali.

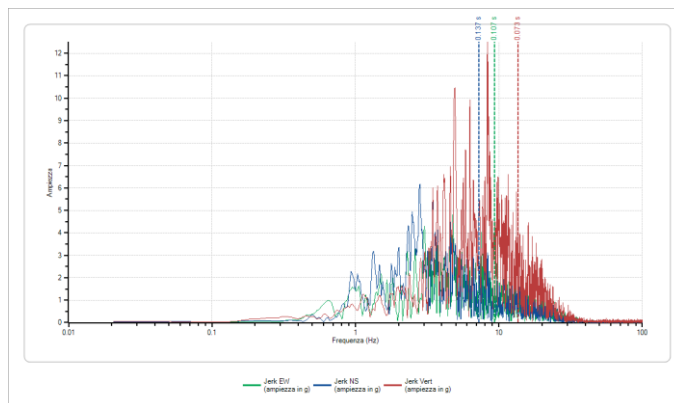
Il terremoto di Castelluccio di Norcia del 30.10.2016 è stato adottato come riferimento nei contenuti finora illustrati sulla spazialità del moto sismico e sulle caratteristiche dell'accelerazione e delle sue derivate. Le considerazioni fin qui sviluppate possono essere generalizzate e approfondite alla luce dell'esame di un esteso numero di registrazioni.



*Fig. 30. Castelluccio di Norcia, 30.10.2016:  
spettri di Fourier per le tre componenti di accelerazione*



*Fig. 31. Castelluccio di Norcia, 30.10.2016:  
spettri di Fourier per le tre componenti del jerk*



*Fig. 32. Spettri di Fourier per le tre componenti del jerk sovrapposte,  
in scala logaritmica per la frequenza e naturale per l'ampiezza*

## 5 EVENTI IN TERRITORIO ITALIANO: ELABORAZIONI E ANALISI

Lo studio viene condotto su dati forniti da [ITACA \[12\]](#). Per gli 8 eventi di riferimento: Italia Centrale, 30.10.2016; Accumuli, 24.08.2016; Emilia, 29.05.2012; L'Aquila, 06.04.2009; Umbria-Marche, 26.09.1997; Irpinia, 23.11.1980; Valnerina, 19.09.1979; Friuli, 06.05.1976, il database di [ITACA](#) consente il download dei dati di molte registrazioni, con procedure di correzione del segnale già effettuate: i dati possono quindi essere direttamente utilizzati per finalità progettuali.

Le elaborazioni condotte rendono evidenti alcuni aspetti comuni:

- allontanandosi dall'epicentro, diminuisce la durata del jerk forte e diminuisce il picco di jerk. Si può osservare che entro un raggio di 10-20 km dall'epicentro il jerk mantiene valori elevati, in particolare per la componente verticale;
- aumentando la distanza dall'epicentro, anche le forze impulsive per unità di massa diminuiscono insieme al jerk, risultando tuttavia sempre superiori alle massime accelerazioni registrate;
- il periodo medio del jerk per la componente verticale è sempre nettamente inferiore rispetto alle componenti orizzontali: il jerk rappresenta il contenuto impulsivo dell'accelerazione, e tale contenuto si esalta nella componente verticale;
- le stazioni più distanti dall'epicentro mostrano l'attenuazione della componente impulsiva del moto sismico attraverso la diminuzione del jerk e la riduzione della sua componente verticale rispetto alle orizzontali, per le quali il jerk e le forze impulsive possono diventare superiori.

A titolo di esempio, la tab. V riporta i risultati per tre stazioni dell'evento Italia Centrale del 30.10.2016.

Attraverso un'elaborazione delle registrazioni con criteri statistici, è possibile individuare linee di tendenza che pongono in relazione fra loro PGA, PGJ e Forze Impulsive.

Questa elaborazione costituisce il primo passo verso l'applicazione delle forze impulsive nell'ambito della progettazione strutturale: se i valori del jerk al suolo e delle corrispondenti forze impulsive non sono noti, occorre una loro stima per valutarne gli effetti sulle strutture.

Evento: ITALIA CENTRALE, 30.10.2016. Stazione e distanza da epicentro →	1_1 - CLO Castelluccio di Norcia, 7.8 km	1_2 - ACC Accumuli 18.6 km	1_3 - FBR Fabriano 59.1 km
Accelerazione, Jerk e massima Forza impulsiva per unità di massa			
$\Delta t_{j_g \geq 2.0 \text{ g/s}}$	31.440 (16.410 - 47.850)	13.750 (7.395 - 21.145)	7.905 (17.465 - 25.370)
EW: PGA	0.427	0.434	0.079
PGJ	14.36	18.25	5.39
$F_{imp \text{ max}}$	0.537	0.744	0.155
NS: PGA	0.583	0.392	0.066
PGJ	12.50	12.15	3.46
$F_{imp \text{ max}}$	0.984	0.660	0.121
Vert.: PGA	0.797	0.558	0.049
PGJ	40.70	35.88	2.21
$F_{imp \text{ max}}$	1.159	0.887	0.095
Periodo medio da spettro di Fourier			
EW: Acc.	0.657	0.397	0.234
Jerk	0.107	0.081	0.054
NS: Acc.	0.540	0.456	0.247
Jerk	0.137	0.083	0.060
Vert.: Acc.	0.319	0.179	0.232
Jerk	0.073	0.044	0.060

Parametri sismici in tabella e unità di misura:

PGA (g) = picco di accelerazione

$T_m$  (s) = periodo medio (da spettro di Fourier)

$\Delta t_{j_g \geq 2.0 \text{ g/s}}$  (s) = durata del sisma con almeno una componente di jerk  $\geq 2.0 \text{ g/s}$

PGJ (g/s) = picco di jerk

$F_{imp \text{ max}}$  per unità di massa (g) = massima forza impulsiva per unità di massa (elaborata da jerk)

Tab. V. Accelerazione e jerk nel sisma Italia Centrale, 30.10.2016

Fra tutte le registrazioni di accelerazione al suolo disponibili per gli 8 eventi citati, ai fini dell'analisi statistica sono state prese in considerazione le stazioni per le quali almeno una delle tre componenti mostra una PGA non inferiore a 0.005 g e per un intervallo di tempo pari almeno a 100 ms: da qui il totale di 447. Per ognuna di queste registrazioni sono stati calcolati, utilizzando il software *Seismic3D*:

- (1) picco di accelerazione PGA, per ognuna delle 3 componenti (EW, NS, Vert);
- (2) picco di jerk PGJ, per ognuna delle 3 componenti;
- (3) forza impulsiva massima, per unità di massa, per ognuna delle 3 componenti;
- (4) periodo medio di accelerazione e jerk, da spettro di Fourier, per ognuna delle 3 componenti.

Per le componenti orizzontali EW e NS si elaborano risultati comuni, in quanto per ricercare correlazioni utilizzabili a livello progettuale non sembra opportuna la distinzione fra le due direzioni.

Per PGA, PGJ e Forza impulsiva massima sono state ottenute le correlazioni mostrate nelle figg. 33, 34, 35.

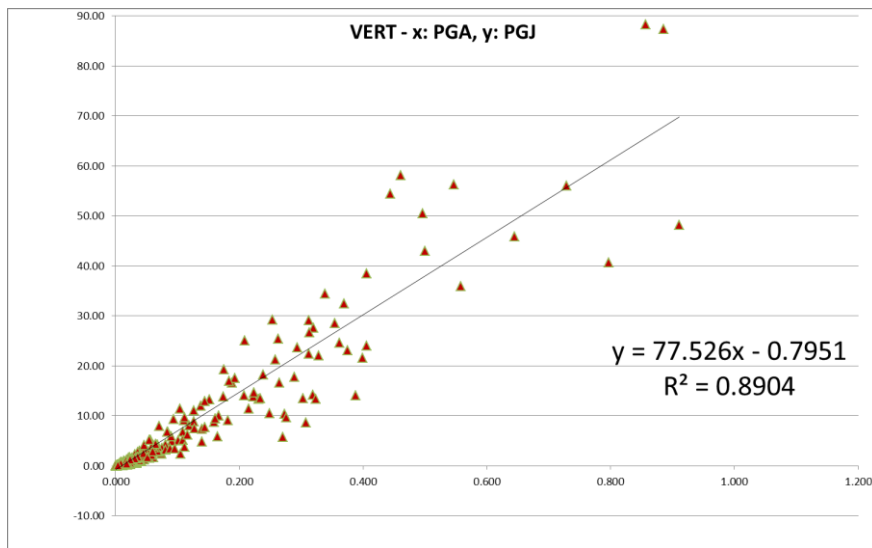
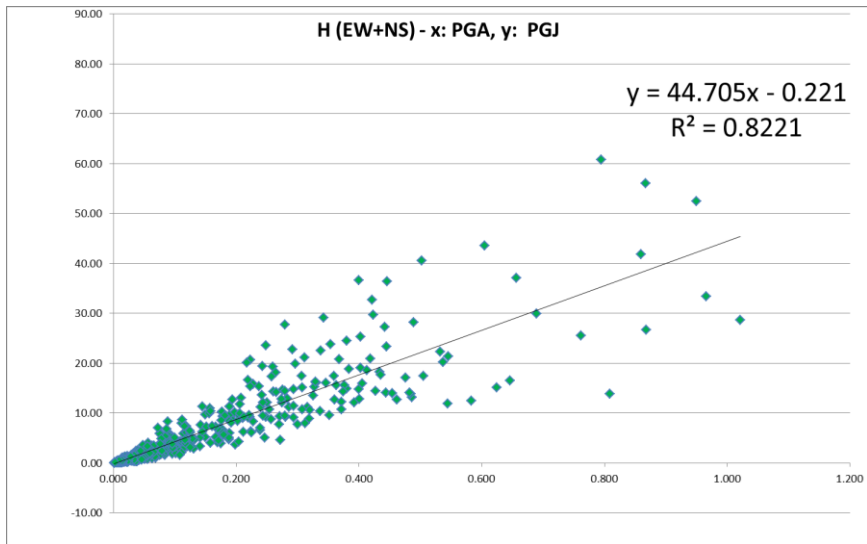
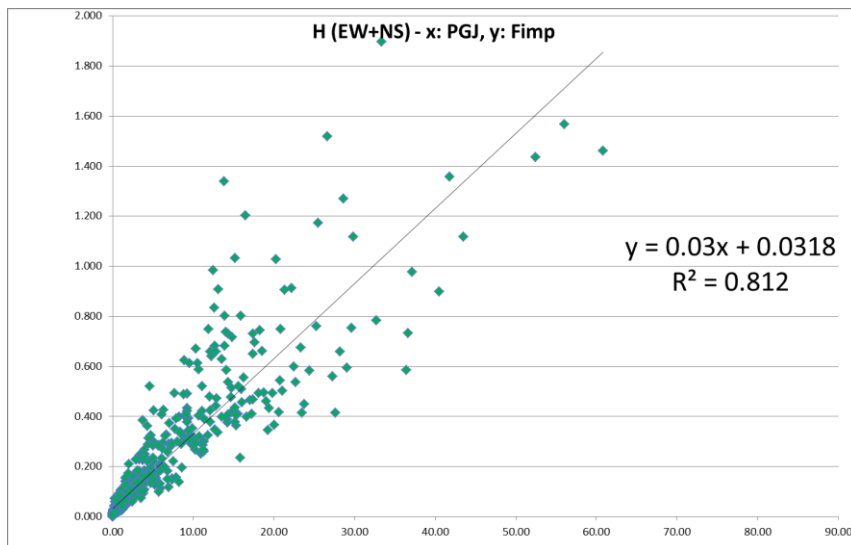


Fig. 33. Correlazione PGA-PGJ per le componenti orizzontali unite e per la componente verticale





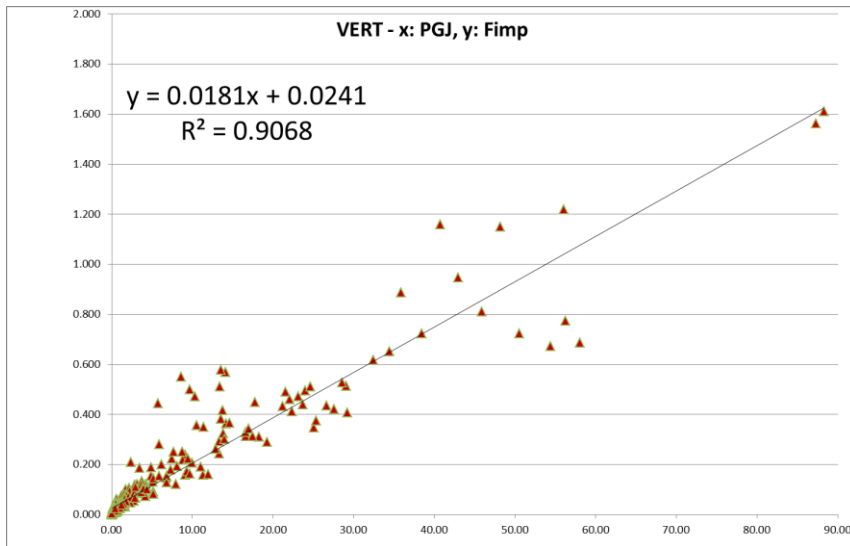


Fig. 34. Correlazioni PGJ-Forza impulsiva massima (per unità di massa), determinata secondo la (5), per le componenti orizzontali unite e per la componente verticale

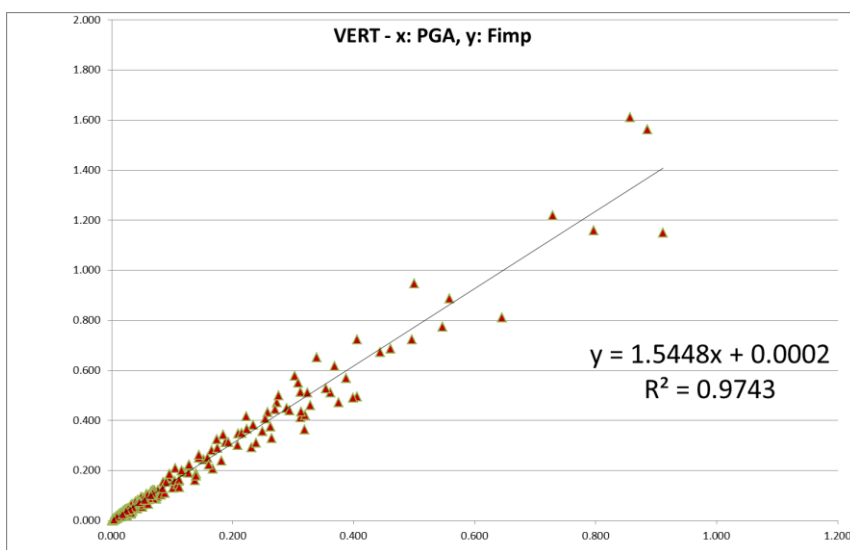
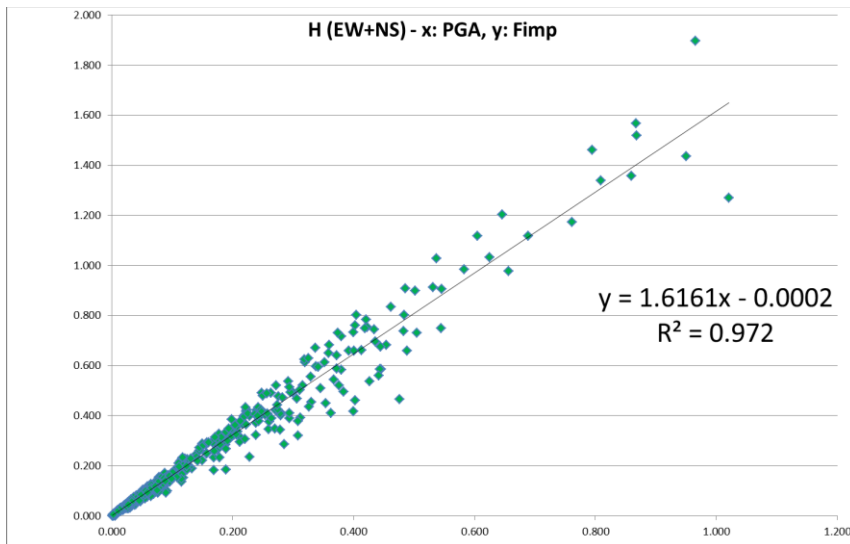


Fig. 35. Correlazioni PGJ-Forza impulsiva massima (per unità di massa) per le componenti orizzontali unite e per la componente verticale

I grafici PGA-Forza impulsiva massima presentano tutti un'ottima correlazione: si evidenzia un legame fra picco di accelerazione in input e picco di forza impulsiva descritto molto bene dalla linea di tendenza.

Accelerazione, jerk e forze impulsive vengono originate da un fenomeno caotico: le operazioni analitiche eseguite con la derivazione numerica effettuata sull'accelerazione per determinare il jerk e con il calcolo delle forze impulsive costituiscono un processo che non corrisponde ad una funzione analitica predefinita. La correlazione tra PGA e forze impulsive ottenuta elaborando i dati dei principali eventi italiani è una proprietà intrinseca agli eventi sismici stessi, ed il fatto che tale correlazione abbia un indice di determinazione molto vicino ad 1 fornisce un ottimo supporto progettuale per ottenere una stima delle azioni impulsive a partire da dati in input per le accelerazioni.

I legami fra PGA e PGJ (PGA in  $g$  e PGJ in  $g/s$ ) e fra PGA e forze impulsive (PGA in  $g$  e Forza impulsiva massima per unità di massa anch'essa espressa in  $g$ ) ricavati dall'analisi statistica, sono riepilogati nelle equazioni (6) (7) (8) (9) (H= componente orizzontale, V=componente verticale):

$$PGJ_H = 44.705 PGA_H - 0.221 \quad (6)$$

$$PGJ_V = 77.526 PGA_V - 0.795 \quad (7)$$

$$F_{imp,max,H} = 1.616 PGA_H \quad (8)$$

$$F_{imp,max,V} = 1.545 PGA_V \quad (9)$$

Per una conferma della validità delle relazioni determinate attraverso l'analisi statistica, nonostante gli eventi esaminati siano tutti riferiti al territorio italiano, è interessante effettuare un controllo con i valori del jerk elaborati da Tong et Al. [11] per il terremoto di Chi-Chi avvenuto a Taiwan il 20.9.1999 e quindi non avente alcun legame con gli eventi sismici italiani.

Fermo restando la diversità degli eventi considerati, si effettua il confronto utilizzando le (6) (7) per calcolare PGJ in funzione di PGA. Le unità di misura in tabella sono le seguenti: PGA:  $g$ , PGJ:  $g/s$ , F imp (forza impulsiva per unità di massa):  $g$ .

stazione/ componente:	PGA	PGJ (Tong et Al.)	PGJ (Mariani, Pugi)		Variaz. PGJ su Tong et Al.	F imp	
<b>CHY028</b>							
EW	0.630	<b>21.50</b>	16.86	<b>27.94</b>	30%	1.008	<b>1.018</b>
NS	0.764	<b>26.30</b>	33.51	<b>33.93</b>	29%	1.247	<b>1.235</b>
VERT	0.342	<b>23.20</b>		<b>25.72</b>	11%		<b>0.529</b>
<b>TCU095</b>							
EW	0.378	<b>13.80</b>	16.86	<b>16.68</b>	21%	0.605	<b>0.611</b>
NS	0.712	<b>31.80</b>	31.22	<b>31.61</b>	-1%	1.162	<b>1.150</b>
VERT	0.255	<b>19.80</b>		<b>18.97</b>	-4%		<b>0.394</b>

Tab. VI. Confronti tra elaborazioni di Tong et Al. [11] e Mariani e Pugi (2020)

La stazione CHY028 fornisce uno scarto intorno al 30% per la componente orizzontale, piuttosto elevato, ma lo scarto si riduce fortemente per la componente verticale (11%): data la totale estraneità dell'evento di Taiwan rispetto ai terremoti italiani, e poiché inoltre la procedura di calcolo analitico del jerk, seppur fondata su basi analoghe (derivazione numerica), è stata condotta in modo totalmente indipendente, il risultato è soddisfacente. Considerando che il fenomeno impulsivo è particolarmente caratteristico della componente sismica verticale, il valore di 25.72  $g/s$  stimato dalla (7) è in buon accordo con 23.20  $g/s$  di Tong et Al. Si tratta peraltro di intensità di jerk notevoli, decisamente superiori alla soglia di 10  $g/s$ , considerata causa di danneggiamenti importanti: i valori 25.72 e 23.20  $g/s$  corrispondono ad analoghi effetti indotti sulle strutture.

Una concordanza più sorprendente riguarda la stazione TCU095 per la quale il valore del jerk per la componente di picco massimo (NS) è praticamente coincidente con quella degli Autori della presente Ricerca: 31.61 vs. 31.80, ed anche per la verticale il jerk è quasi coincidente: 18.97 vs. 19.80 g/s.

L'indagine statistica sul jerk deve essere completata dallo studio delle frequenze. L'influenza del moto sismico sulle costruzioni dipende infatti dalle modalità con cui esso viene filtrato: la definizione di un modello affidabile di valutazione degli effetti delle azioni impulsive da jerk sulle strutture richiede un'indagine sulle frequenze che può essere condotta attraverso lo studio del periodo medio da spettro di Fourier.

La definizione di un periodo medio  $T_m$  avente valore statistico permetterà di conoscere l'ordine di grandezza medio delle frequenze di accelerazione e jerk.

Il periodo medio  $T_m$  è indipendente dai picchi di ampiezza: PGA, PGJ e Forze Impulsive non hanno correlazione con  $T_m$  ricavato dallo spettro di Fourier. L'indagine sul periodo medio si effettua quindi elaborando direttamente i valori di  $T_m$  ricavati dai 447 eventi. Alcune stazioni presentano per  $T_m$  valori fortemente scostati dalla media, a causa di effetto locali dei siti: poiché lo scopo dell'analisi è la ricerca di un valore di  $T_m$  che possa essere assunto come rappresentativo dell'accelerazione o del jerk per eventi generici, è preferibile individuare tale valore nella mediana, misura di sintesi che si presenta più affidabile della media in quanto meno influenzata dalla presenza di valori estremi, ossia quei valori di  $T_m$  molto più elevati o bassi rispetto al resto della distribuzione e che rappresentano perciò casi isolati.

Nelle figg. 36, 37, 38 per accelerazione e figg. 39, 40, 41 per jerk, per ognuna delle 3 componenti, si riportano:

- i punti corrispondenti ad ogni stazione che esprimono il periodo medio; nel grafico sono incluse le linee della media e della mediana (per tutti i casi, la mediana è posta sotto alla linea media);
- la distribuzione delle frequenze (con suddivisione del periodo in classi ad intervallo 0.1 s per l'accelerazione e 0.025 s per il jerk).

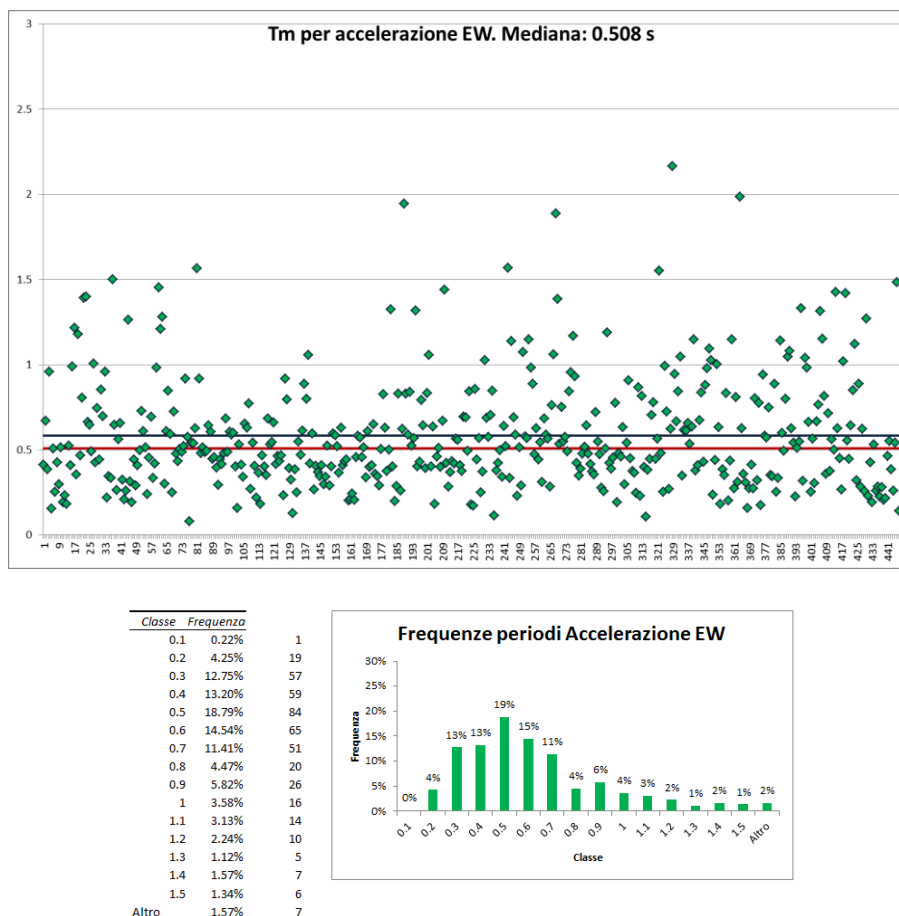
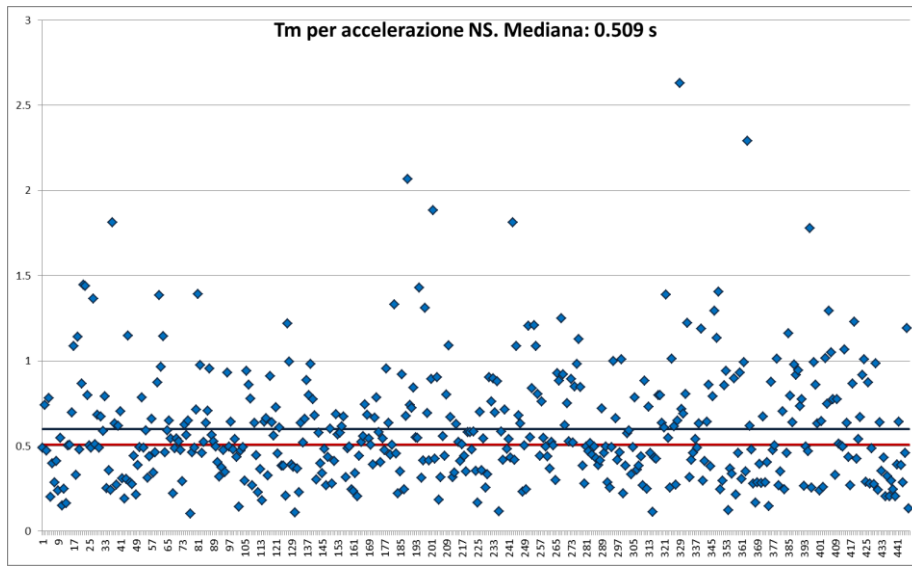


Fig. 36. Elaborazione statistica sul periodo medio dell'accelerazione per la componente orizzontale EW



Classe	Frequenza	
0.1	0.00%	0
0.2	3.36%	15
0.3	13.65%	61
0.4	11.86%	53
0.5	18.79%	84
0.6	12.30%	55
0.7	11.63%	52
0.8	7.38%	33
0.9	5.59%	25
1	5.59%	25
1.1	2.46%	11
1.2	1.79%	8
1.3	1.79%	8
1.4	1.34%	6
1.5	0.89%	4
Altro	1.57%	7

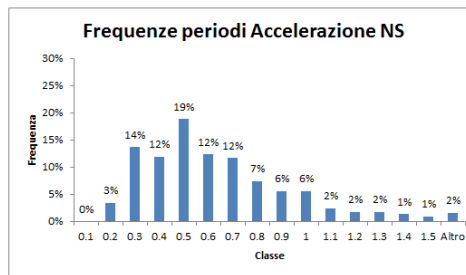
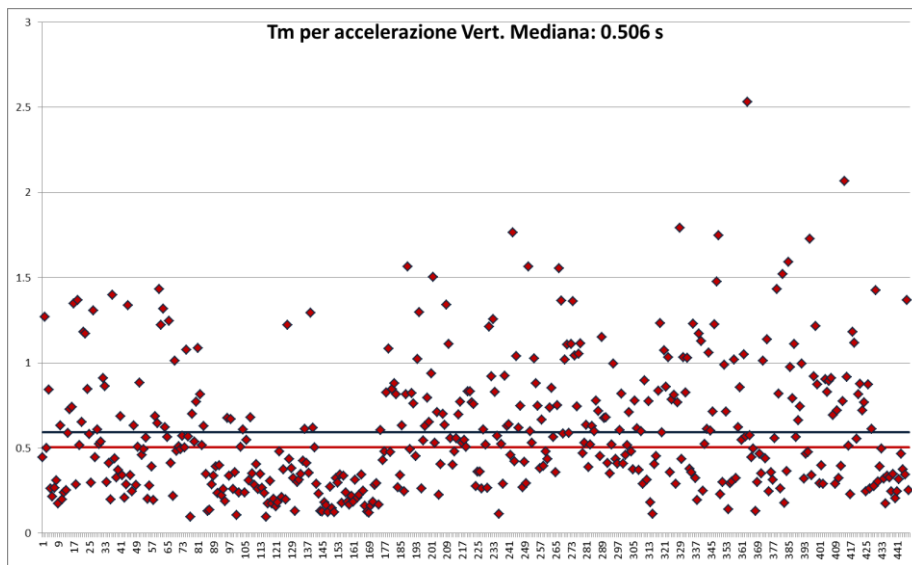


Fig. 37. Elaborazione statistica sul periodo medio dell'accelerazione per la componente orizzontale NS



Classe	Frequenza	
0.1	0.45%	2
0.2	8.95%	40
0.3	15.21%	68
0.4	14.32%	64
0.5	10.29%	46
0.6	10.51%	47
0.7	8.95%	40
0.8	6.49%	29
0.9	6.71%	30
1	2.68%	12
1.1	4.03%	18
1.2	2.91%	13
1.3	2.68%	12
1.4	2.24%	10
1.5	0.89%	4
Altro	2.68%	12

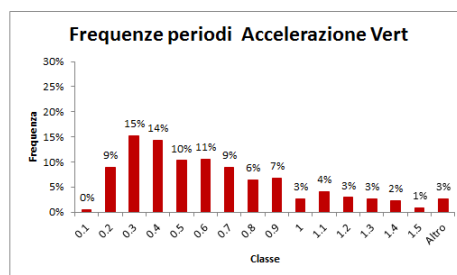


Fig. 38. Elaborazione statistica sul periodo medio dell'accelerazione per la componente verticale

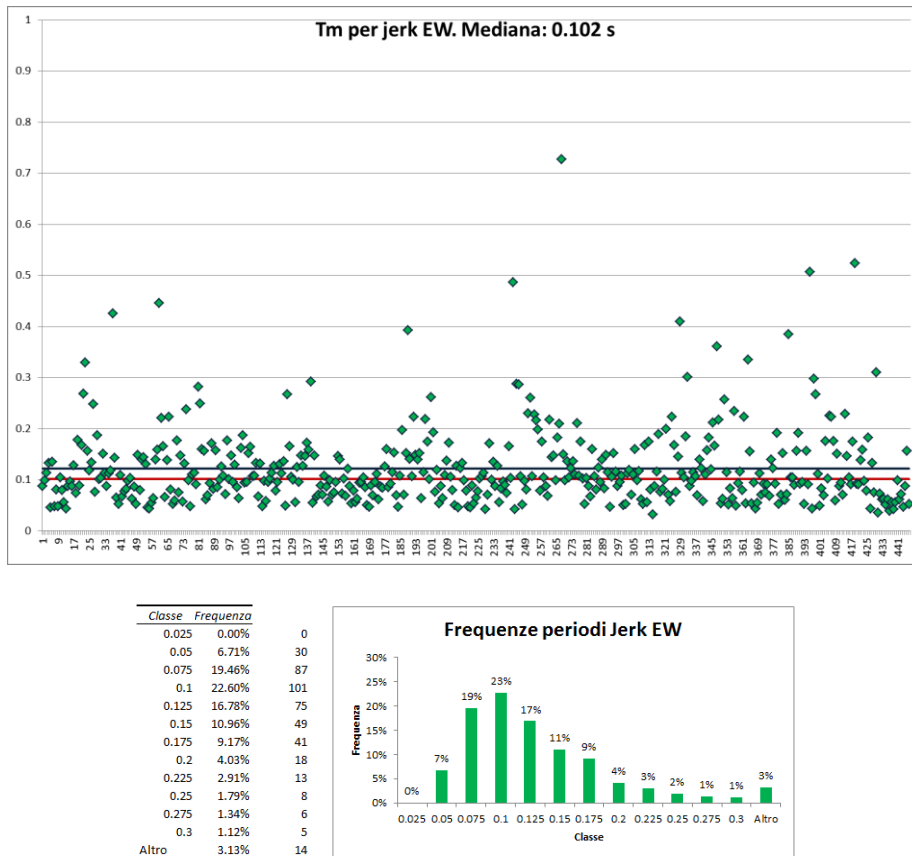


Fig. 39. Elaborazione statistica sul periodo medio del jerk per la componente orizzontale EW

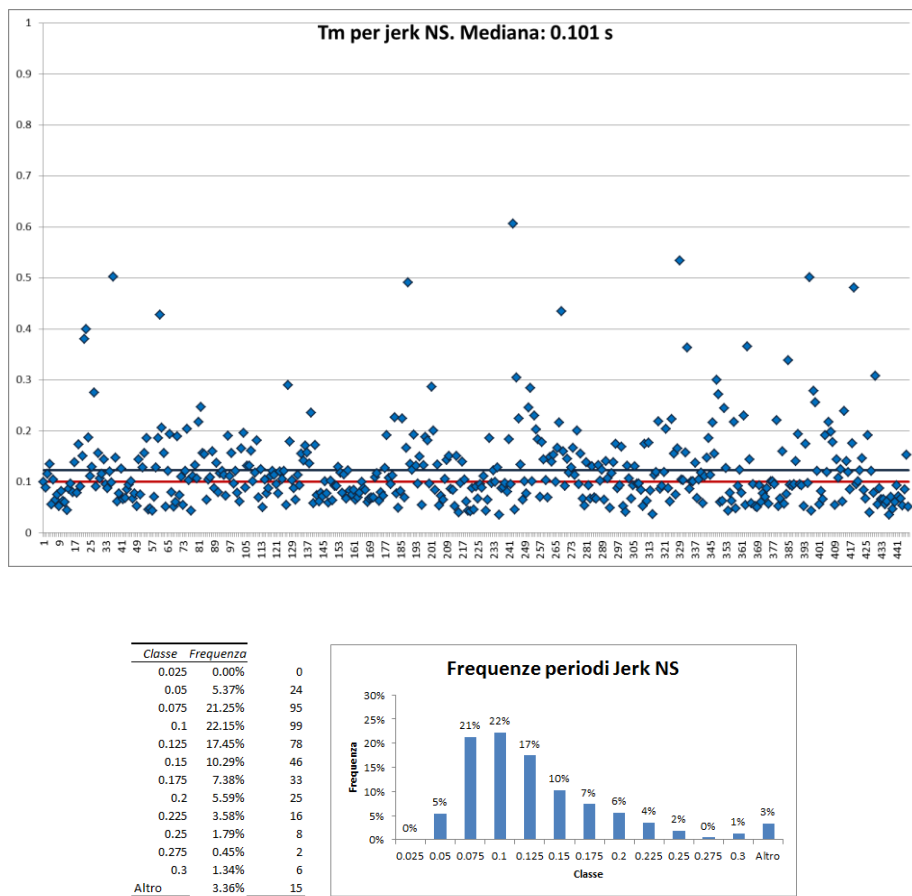


Fig. 40. Elaborazione statistica sul periodo medio del jerk per la componente orizzontale NS



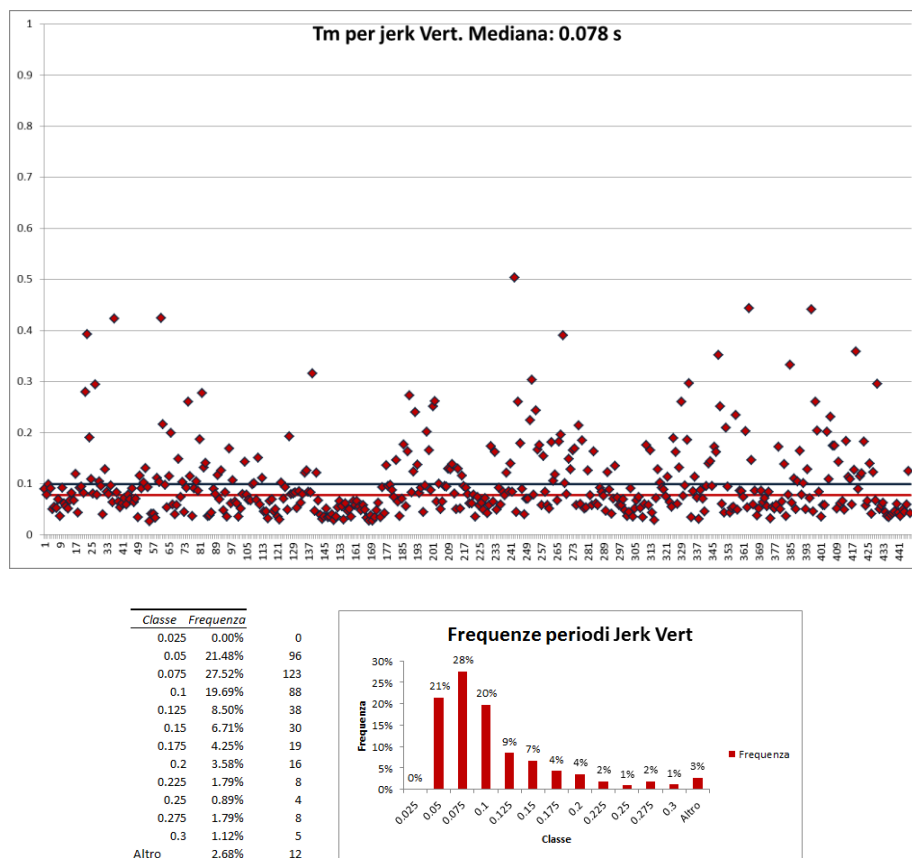


Fig. 41. Elaborazione statistica sul periodo medio del jerk per la componente verticale

In tabella seguente si riassumono i valori rappresentativi dei periodi medi ed il principale contributo nella distribuzione.

Componente	Accelerazione: $T_m$ (s) e massimo contributo alla distribuzione	Jerk: $T_m$ (s) e massimo contributo alla distribuzione
EW	0.508 (19% per 0.500)	0.102 (23% per 0.100)
NS	0.509 (19% per 0.500)	0.101 (22% per 0.100)
Vert.	0.506 (15% per 0.300)	0.078 (28% per 0.075)

Tab. VII.  $T_m$  rappresentativo per accelerazione e jerk

Dall'analisi degli spettri di Fourier è evidente come il contenuto in frequenza del jerk sia costituito da frequenze molto più alte rispetto all'accelerazione, aspetto già illustrato attraverso il dettaglio degli spettri dell'evento di Castelluccio di Norcia (figg. 27, 28, 29): ciò corrisponde alla natura stessa del jerk che può essere identificato nel contenuto impulsivo dell'accelerazione.

Inoltre, mentre per le accelerazioni non si rilevano differenze significative fra le componenti orizzontali e la verticale, essendo tutte caratterizzate da  $T_m \cong 0.500$  s, invece per il jerk la differenza fra orizzontali e verticale è evidente:  $T_m \cong 0.100$  s per le orizzontali,  $T_m \cong 0.075$  s per la verticale.

Il jerk contiene quindi frequenze più alte dell'accelerazione; inoltre il jerk verticale accentua questa caratteristica e contiene frequenze più elevate rispetto alle componenti orizzontali.

La componente verticale del jerk assume particolare importanza, in quanto rappresenta il contenuto maggiormente impulsivo del moto sismico.

Ciò segna il definitivo superamento della concezione secondo la quale gli edifici, essendo progettati per resistere alle sollecitazioni verticali, possono superare la fase sussultoria del terremoto sostanzialmente senza danni, contrariamente agli effetti delle azioni orizzontali, alle quali 'non sono abituati'.

Alla luce degli studi sul jerk, gli effetti negativi della componente verticale del moto sismico si esplicano inoltre attraverso l'innescò di crisi dovute alla rapidissima alternanza di decompressioni e sovrappressioni prodotte dalle vibrazioni verticali.

Il fenomeno sismico è di tipo dinamico e pertanto la risposta strutturale è diversa da quella determinata da carichi agenti staticamente.

Laddove le frequenze dei parametri del moto sismico, che possono essere considerate corrispondenti ai periodi medi rappresentativi, assumono valori prossimi alle frequenze proprie della costruzione, gli effetti subiscono le massime amplificazioni e gli elementi strutturali sono sottoposti alla domanda più impegnativa.

Studiando le varie tipologie edilizie è possibile inquadrare i casi in cui gli effetti prodotti dal jerk possono rivelarsi critici e potenzialmente distruttivi: ad esempio, la vicinanza dei periodi medi del jerk ai periodi propri delle costruzioni in muratura suggerisce l'opportunità di indagare sul collegamento fra azioni impulsive e danneggiamenti locali quali disgregazioni murarie e crisi dei collegamenti.

## 6 EFFETTI DELLE AZIONI IMPULSIVE SULLE COSTRUZIONI

La presente Ricerca ha intersecato nel corso del suo sviluppo i pochi studi disponibili sulle variazioni dell'accelerazione sismica condotti in ambito internazionale. Dalle osservazioni dei vari Autori, e con il supporto della Ricerca condotta nel presente lavoro, si possono evidenziare 7 punti notevoli:

- (1) la forza d'inerzia corrispondente all'accelerazione e l'azione impulsiva prodotta dalla variazione dell'accelerazione sono due aspetti tra di essi complementari, entrambi da considerare ai fini del comportamento delle strutture (Tong et Al. [11]);
- (2) in occasione del terremoto di Chi-Chi, Taiwan, del 20.9.1999, un edificio in calcestruzzo armato con accelerometri posti a più livelli ha mostrato un'amplificazione del jerk in elevazione sostanzialmente analoga a quella dell'accelerazione (Tong et Al. [11]);
- (3) lo spettro di risposta del jerk mostra una riduzione dello spettro di progetto rispetto allo spettro elastico minore dello spettro di risposta dell'accelerazione; per periodi bassi (strutture rigide) il fattore di riduzione dello spettro, definito: *fattore di riduzione dell'impatto  $R_j$* , è praticamente pari a 1 e quindi lo spettro di progetto è quasi coincidente con quello elastico (Haoxiang He et Al. [15]);
- (4) in generale, migliorando la duttilità gli effetti del jerk si riducono, ossia il *fattore di riduzione dell'impatto  $R_j$*  aumenta (in modo analogo al *fattore di riduzione  $R$* , cioè al *fattore di comportamento  $q$* , per lo spettro dell'accelerazione) (Haoxiang He et Al. [15]).

Per le direzioni orizzontali del moto sismico, utili indicazioni operative ai fini della progettazione possono ricavarsi dagli spettri di risposta del jerk illustrati nelle figg. 42 e 43 (Haoxiang He et Al. [15]), che forniscono informazioni sulla risposta in termini di azioni impulsive in funzione del periodo proprio della struttura, e dalle considerazioni di Tong et Al. [11], che indicano lungo l'elevazione dell'edificio effetti amplificativi del jerk analoghi a quelli dell'accelerazione;

- (5) la propagazione delle onde vibrazionali del jerk è direttamente collegata alle concentrazioni degli sforzi e ai danneggiamenti locali, che nei materiali omogenei vengono innescati dalla rottura dei legami molecolari (Y. Xueshan et Al. [16]). Nel caso delle murature, è naturale estendere questo concetto al livello macroscopico di dissociazione del legame fra gli elementi lapidei per disgregazione della malta (più raramente a rotture fragili degli elementi rigidi);

- (6) per gli edifici esistenti in muratura i consolidamenti che confinano la muratura ed ammortizzano gli effetti locali di concentrazione delle tensioni migliorano la risposta nei confronti del jerk (Sofronie [17][18]). Considerando la brevissima durata dell'azione impulsiva ed il comportamento rigido-fragile della muratura, questi consolidamenti possono essere dimensionati per resistenza.

In generale, per gli edifici esistenti in muratura è molto importante assicurare la capacità di resistenza nei confronti dei danneggiamenti locali quali la disgregazione muraria e la tenuta dei collegamenti fra elementi strutturali eterogenei;

(7) gli effetti del jerk sono particolarmente importanti in direzione verticale, considerazione confermata dal carattere maggiormente impulsivo della componente verticale rispetto alle orizzontali, descritta da un periodo medio rappresentativo più basso (Tab. VII).

Alla luce della correlazione fra jerk sismico e danneggiamento fisico di materiali e strutture durante l'evento, si rivela opportuna una considerazione riguardante l'attività di monitoraggio sismico.

Attualmente il parametro rappresentativo del danno strutturale indotto su un edificio monitorato viene identificato con il *drift* o spostamento orizzontale relativo fra due piani consecutivi dell'edificio [19], misurato in tempo reale attraverso software che processano i dati registrati da accelerometri posizionati a diversi livelli dell'edificio. Altri parametri monitorati sono i picchi di accelerazione PGA al suolo e PSA strutturali, ma solo nelle due direzioni orizzontali di riferimento X e Y, e i periodi di oscillazione.

Il drift è un indicatore del possibile danneggiamento, fondamentale per edifici intelaiati in calcestruzzo armato e in acciaio; per le strutture in muratura, molto rigide e caratterizzate da crisi di tipo fragile, questo parametro appare meno consistente rispetto al rilevamento del jerk.

La differenza fra i due parametri consiste inoltre nella possibilità, attraverso il jerk, di rappresentare in modo completo gli effetti spaziali dovuti al moto sismico, compresa quindi la direzione verticale, un aspetto che il drift non considera affatto.

In aggiunta a ciò, si evidenzia che il jerk può fornire informazioni importanti su crisi localizzate anche per altre tipologie strutturali, quali ad esempio in telai in acciaio nelle giunzioni [20][21], sedi di crisi locali che possono generare un collasso esteso a porzioni essenziali delle strutture.

Il collegamento fra valori elevati di azioni impulsive, determinate dalle derivate dell'accelerazione, e gli stati di danneggiamento nelle zone sottoposte a concentrazioni di stress (discontinuità di varia natura) conferisce ai picchi del jerk (al suolo, PGJ, e strutturali, PSJ) un ruolo fortemente significativo per la stima degli effetti negativi prodotti dall'evento sismico.

Il posizionamento di sensori di jerk triassiali, disponibili da alcuni anni [16], o il calcolo analitico in tempo reale della time-history del jerk, con definizione dei picchi corrispondenti, possono incrementare la qualità dell'informazione acquisita, con indiscutibili vantaggi nei confronti della rapida definizione di scenari di danno, uno dei principali obiettivi del monitoraggio sismico.

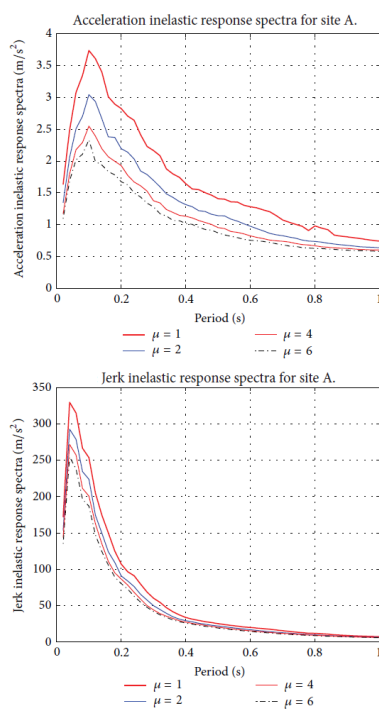


Fig. 42. Spettri di risposta di accelerazione e jerk per suolo di tipo A, elaborati statisticamente da Haoxiang He et Al. [15]

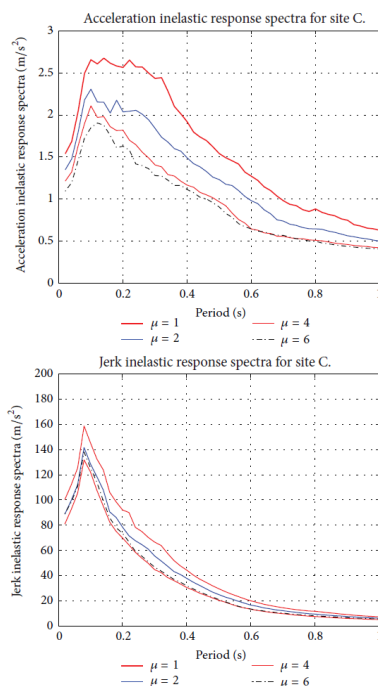


Fig. 43. Spettri di risposta di accelerazione e jerk per suolo di tipo C, elaborati statisticamente da Haoxiang He et Al. [15]

Gli effetti negativi della componente verticale del jerk sono esaltati dall'impulsività del fenomeno e dalla rigidità in direzione verticale. E' quindi opportuno indagare sui fenomeni di amplificazione, a carattere di risonanza, che possono essere innescati dalla vicinanza fra la frequenza propria della costruzione e quella del jerk.

Il contenuto in frequenza del jerk verticale è caratterizzato da valori elevati; l'analisi statistica sui principali recenti eventi italiani ha mostrato un periodo medio rappresentativo pari a circa 0.075 s, avente ordine di grandezza simile al periodo proprio principale in direzione verticale di molte strutture rigide, quali gli edifici esistenti in muratura.

Per inquadrare il fenomeno dell'amplificazione della risposta dell'edificio in termini di spostamenti e di sollecitazioni, dal momento che l'input sismico può essere visto come combinazione di più forzanti armoniche, è possibile fare riferimento alla teoria che analizza le oscillazioni forzate con azioni armoniche e smorzamento viscoso.

Lo studio dell'oscillatore semplice conduce ad un fattore di amplificazione  $C_{ampl}$  espresso in funzione del rapporto fra periodo proprio della struttura e periodo della forzante dalla formula (10):

$$C_{ampl} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{T_1^2}{T^2}\right)^2 + 4 \xi_{eq}^2 \frac{T_1^2}{T^2}}} \quad (10)$$

dove:

$T_1$  = periodo proprio della struttura,

$T$  = periodo della forzante; in questo caso coincide col periodo rappresentativo del jerk verticale,

$\xi_{eq}$  = coefficiente di smorzamento viscoso equivalente.

Da (10) segue che con un periodo della forzante  $T$  pari a 0.075 s, l'effetto impulsivo verticale viene esaltato in corrispondenza di un intervallo di periodi propri  $T_1$  compreso fra 0 e 0.105 s, con amplificazioni elevate per  $T_1$  compreso fra 0.050 s e 0.090 s.

Con  $T = 0.050$  s l'intervallo di esaltazione è compreso fra 0 e 0.070 s, con amplificazioni elevate per  $T_1$  compreso fra 0.040 s e 0.060 s.

Con  $T = 0.100$  s l'intervallo di esaltazione si estende fino a 0.140 s, e la fascia di periodi propri che conduce alle maggiori amplificazioni si sposta nell'intervallo compreso fra 0.075 s e 0.120 s.

In tutti i casi esaminati, gli intervalli di periodo proprio  $T_1$  in direzione verticale caratterizzati da importanti amplificazioni riguardano una vasta classe di costruzioni in muratura: questo aspetto risulta fondamentale per la calibrazione delle azioni impulsive verticali che agiscono lungo lo sviluppo in elevazione dell'edificio e la conseguente valutazione dei loro effetti sugli elementi strutturali.

Gli effetti strutturali delle azioni impulsive presentano inoltre ulteriori caratteristiche dipendenti dalla variazione del jerk, ossia dalla sua derivata temporale, definita *snap* nella letteratura internazionale [21] [22]. Si può immaginare che la variazione di accelerazione produca uno strattone che contiene in sé porzioni sempre più piccole di ulteriori scatti, legati alle derivate successive. Lo snap ha una rappresentazione spaziale che si compone di un vettore tangente alla traiettoria dell'accelerazione, e quindi parallelo al jerk, e di un vettore ad esso ortogonale, prodotto dalla variazione di direzione della traiettoria. In particolare, laddove gli effetti legati alle variazioni di direzione assumono rilevanza, la progettazione strutturale dovrà prevedere elementi resistenti nei confronti sia degli 'strattoni' visti come singole forze impulsive variamente orientate, sia del loro quasi istantaneo cambiamento di direzione. Saranno quindi richieste proprietà di resistenza il più possibile distribuite.

## 7 PARTICOLARI COSTRUTTIVI PER IL CONSOLIDAMENTO DELLE MURATURE

Alla luce dei riscontri ottenuti dalla presente Ricerca sugli effetti delle azioni impulsive sulle strutture murarie esistenti, si propongono a titolo di esempio due particolari costruttivi di interventi di consolidamento strutturale per i quali sono state previste soluzioni che possano implementare le capacità reagenti di 'regioni particolari (zone di discontinuità, punti di applicazione del carico, zone di concentrazione degli sforzi, nodi, connessioni, ecc....)', secondo indicazioni normative vigenti (Normativa Tecnica italiana: CNR DT 214/2018: Istruzioni per la valutazione della robustezza delle costruzioni, §6.1.1).

Gli studi effettuati hanno evidenziato la necessità di porre nuova e specifica attenzione verso il confinamento delle murature ed i collegamenti fra elementi strutturali distinti, sia in pianta che in elevato. Come richiesto dalle indicazioni normative, i dettagli costruttivi sono finalizzati ad incrementare la robustezza della struttura attraverso legature tridimensionali.

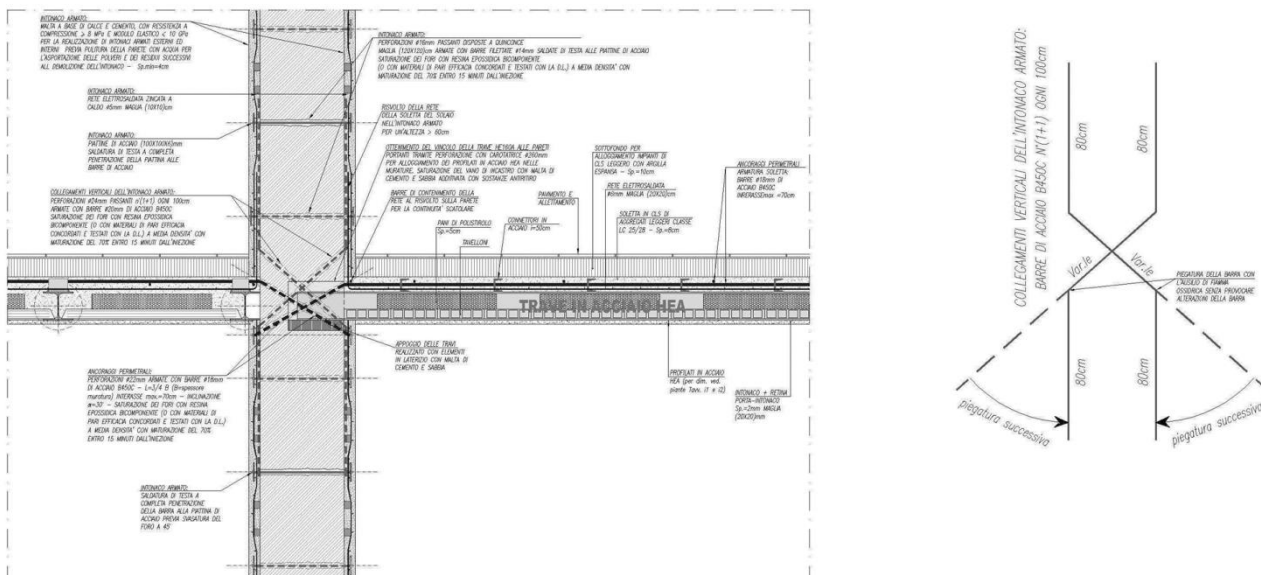


Fig. 44. Collegamenti verticali dell'intonaco armato alla struttura muraria in corrispondenza dei collegamenti con i solai. Caso del solaio da conservare, con orditura in acciaio, vincolato alla muratura interna all'edificio (disegni originali di Massimo Mariani)



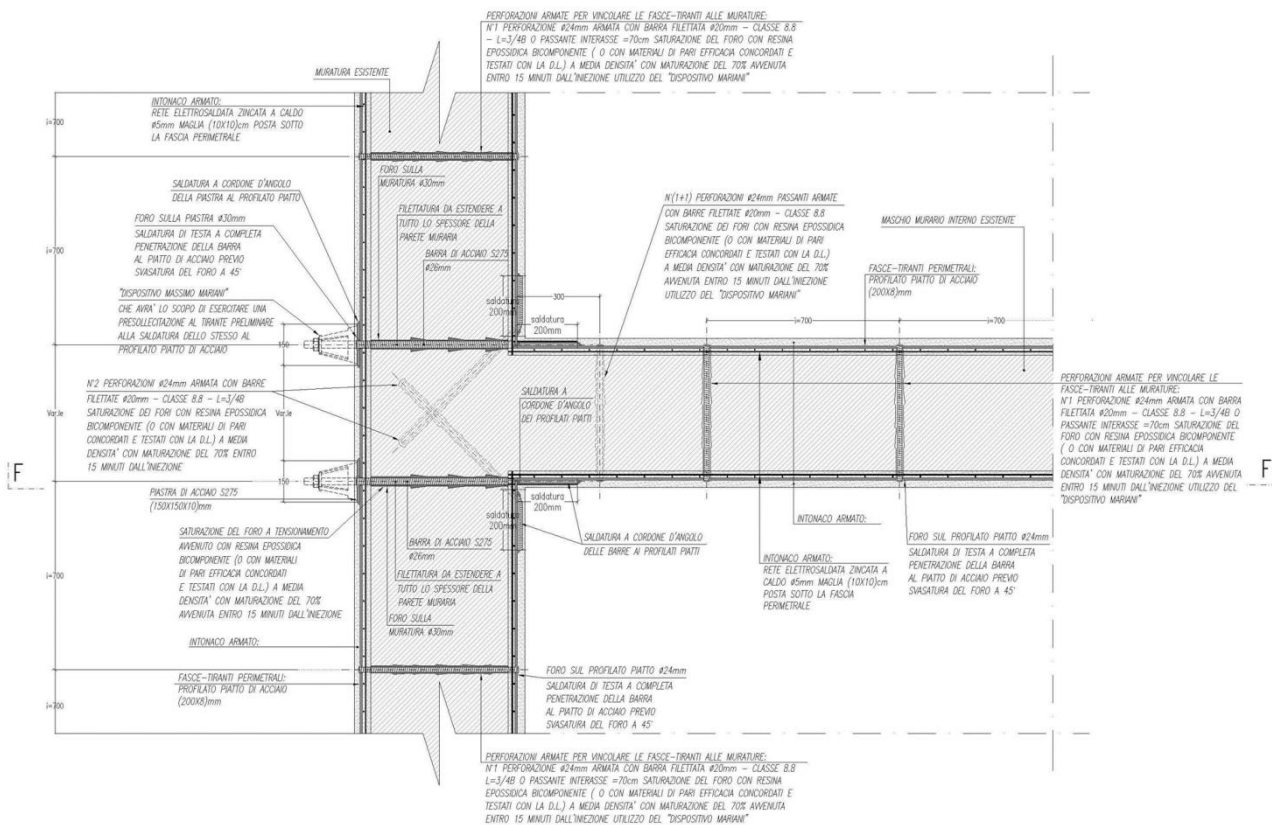


Fig. 45. Collegamenti orizzontali tra strutture murarie in presenza di intonaco armato sulle facce interne ed esterne e fasciatura interna con profilati piatti di acciaio vincolati alla struttura utilizzando il "Dispositivo Massimo Mariani" per la presollecitazione manuale dei perni di collegamento finalizzata ad incrementare la collaborazione tra la fascia di acciaio e la struttura muraria da coadiuvare. La presollecitazione è esercitata facendo ricorso alla "chiave dinamometrica". Le fasce o i tiranti ottenuti con i profilati piatti di acciaio sono contenuti dentro lo spessore dell'intonaco (disegni originali di Massimo Mariani)

## CONCLUSIONI

Un nuovo percorso è stato delineato: la variazione di accelerazione assume un ruolo importante per la progettazione del consolidamento delle strutture esistenti, in particolare degli edifici in muratura. Essa dà ragione all'evidenza di crisi locali quali disgregazione e sconnessioni tra elementi strutturali. Particolare rilevanza viene assunta in questo contesto dalle sollecitazioni di tipo verticale, nei confronti delle quali la struttura non esprime un comportamento dissipativo e può essere soggetta ad amplificazioni degli effetti per fenomeni di risonanza.

Come indicato dalla Normativa vigente, la fase dell'accertamento o del conseguimento della dignità strutturale non può prescindere dall'attenta valutazione delle capacità locali, valutazione che deve sempre precedere le analisi che presuppongono un comportamento d'insieme (meccanismi di collasso e pareti collaboranti).

La presente Ricerca sarà proseguita dagli Autori con la finalità di giungere al dimensionamento degli elementi di rinforzo strutturale mostrati nei particolari costruttivi, per fornire soluzioni progettuali e metodi di calcolo nei riguardi delle sollecitazioni impulsive tridimensionali.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Mariani M.: [Terremoto e caos: un nuovo percorso di analisi del comportamento dei sismi](#), Ingenio, 23.12.2017
- [2] Mariani M., Pugi F.: [Effetti negativi del sisma verticale sul comportamento delle pareti esistenti in muratura](#), Ingenio, 25.07.2018
- [3] Mariani M., Pugi F., Francioso A.: [Sisma verticale: amplificazione della vulnerabilità degli edifici esistenti in muratura](#), Ingenio, 01.10.2018
- [4] Mariani M., Pugi F., Francioso A.: [Sisma verticale: modellazione e analisi in ambito professionale sugli edifici esistenti in muratura](#), Ingenio, 20.12.2018
- [5] Mariani M., Pugi F.: [Circolare NTC2018: finalmente si dovrà progettare considerando il sisma verticale](#), Ingenio, 18.02.2019
- [6] Mariani M., Pugi F.: [Circolare NTC2018: "sisma verticale" da considerare in entrambe le analisi non lineari statica e dinamica](#), Ingenio, 12.03.2019
- [7] Mariani M., Pugi F.: ["Sisma verticale" nelle NTC 2018: edifici esistenti e comportamento strutturale "atteso"](#), Ingenio, 03.04.2019
- [8] Mariani M., Pugi F., Francioso A.: *Vertical component of the seismic action: amplified vulnerability of existing masonry buildings*, CompDyn 2019, Crete, Greece, 24–26 June 2019
- [9] Mariani M., Pugi F.: [La componente sismica verticale è sempre da considerare perché rilevante vicino e lontano dalla sorgente](#), Ingenio, 07.11.2019
- [10] *Seismic3D*, software, 2020. Sviluppo: F. Pugi, Test: F. Pugi, M. Mariani.
- [11] M. Tong, G.-Q. Wang, G.C. Lee: *Time derivative of earthquake acceleration*, Earthquake Engineering and Engineering Vibration, Vol. 4, No. 1, pp.1-16, June, 2005.
- [12] [ITACA: Italian Accelerometric Archive](http://itaca.mi.ingv.it/ItacaNet_30/#/home), [http://itaca.mi.ingv.it/ItacaNet\\_30/#/home](http://itaca.mi.ingv.it/ItacaNet_30/#/home)
- [13] Weihang Weng, Jeffrey Kuo: *Jerk decision for free-form surface effects in multi-axis synchronization manufacturing*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 105, pp.799-812, November, 2019.
- [14] E.M. Rathje, N.A. Abrahamson, J.D. Bray: *Simplified frequency content estimates of earthquake ground motions*, J. Geotech. Geoenviron. Eng., 124(2), pp. 150-159, 1998.
- [15] Haoxiang He, Ruifeng Li, Kui Chen: *Characteristics of Jerk Response Spectra for Elastic and Inelastic Systems*, Shock and Vibration, Vol. 2015, Article ID 782748.
- [16] Y. Xueshan, Q. Xiaozhai, G.C. Lee, M. Tong, C. Jinming: *Jerk and Jerk Sensor*, 14th World Conference on Earthquake Engineering, October 12-17, 2008. Beijing, China.
- [17] R. Sofronie: *Seismic strengthening of masonry in buildings and cultural heritage*, SÍSMICA 2004, 6° Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica, pp.81-100.
- [18] R. Sofronie: *On the seismic jerk*, Journal of Geological Resource and Engineering, Vol. 4, pp.147-152, 2017.
- [19] Çelebi, M.: *Health monitoring of Buildings Using Threshold Drift Ratios - Now an Established Method*, International Conference on Structural Health Monitoring, Vancouver, B.C., Canada, October 2007.
- [20] M. Wakui, J. Iyama, T. Koyama: *Estimate of plastic deformation of vibrational systems using the high-order time derivative of absolute acceleration*, in: Proceedings of the 16th World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, 2017.
- [21] M. Wakui, J. Iyama: *Threshold value and applicable range of nonlinear behavior detection method using second derivative of acceleration*, Japan Architectural Review, Vol. 2, No. 2, pp.153-165, April, 2019.
- [22] D. Eager, A.M. Pendrill, N. Reistad: *Beyond velocity and acceleration: jerk, snap and higher derivatives*, European Journal of Physics, 37 (2016) 065008 (11pp).

Riferimenti storici riguardanti la rappresentazione spaziale dei parametri del moto sismico:

B.J. Morrill: *Evidence of record vertical accelerations at Kagel Canyon during the earthquake*, in: The San Fernando, California, earthquake of February 9, 1971, United States Government Printing Office, Washington, 1971.

W.K. Cloud, D.E. Hudson: *A simplified instrument for recording strong-motion earthquakes*, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 51, No. 2, pp.159-174, April, 1961.

Ronald F. Scott: *The calculation of horizontal accelerations from seismoscope records*, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 63, No. 5, pp.1637-661, October, 1973.

C. Arnold, R.Reitherman: *Building configuration and seismic design: the architecture of earthquake resistance*, NSF-CEE 81064, National Science Foundation, Washington, 1981.

## **RINGRAZIAMENTI**

Durante la presente Ricerca è stato prezioso il supporto dei seguenti Colleghi e Collaboratori, che si ringraziano:

Luca Ranocchia, Alessia Travanti e Nicola Pero Nullo per la composizione ed il disegno dei particolari costruttivi;

Fulvio Massimo Mariani, per la selezione dei dati sul database [ITACA](#);

Alessio Francioso, per le elaborazioni degli spettri di Fourier.

Si ringrazia inoltre Aedes Software, per aver sostenuto la creazione del software *Seismic3D*, sviluppato da Francesco Pugi nell'ambito delle attività di Ricerca Applicata.